Die piezoelektrische Erregung des Quarz und Turmalin bei der Temperatur der flüssigen Luft.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

verfasst und einer

Hohen philosophischen Fakultät (II. Sektion)

der

Kgl. Bayr. Ludwig-Maximilians-Universität zu München

vorgelegt am 7. Januar 1907

von

Walter Lissauer.

München 1907.

K. Hof- und Universitäts-Buchdruckerei von Dr. C. Wolf & Sohn.

Die piezoelektrische Erregung des Quarz und Turmalin bei der Temperatur der flüssigen Luft.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

verfasst und einer

Hohen philosophischen Fakultät (II. Sektion)

der

Kgl. Bayr. Ludwig-Maximilians-Universität zu München

vorgelegt am 7. Januar 1907

von

Walter Lissauer.

München 1907.

K. Hof- und Universitäts-Buchdruckerei von Dr. C. Wolf & Sohn.

Inhalt.

Einleitung.

I. Piezoelektrische Messungen.

A. Beschreibung des piezoelektrischen Apparates.

B. Piezoelektrische Messungen am Quarz.

C. Piezoelektrische Messungen am Turmalin.

II. Messung der Dielektrizitätskonstante des Turmalin bei der Temperatur der flüssigen Luft.

III. Messung des Elastizitätsmodul des Turmalin bei der Temperatur der flüssigen Luft.

A. Beschreibung des Apparates.

B. Beobachtungsmethode.

C. Korrekturen und Resultate.

D. Absolute Messung des Elastizitätsmodul.

Zusammenfassung der Resultate.

Einleitung.

J. und P. Curie,[1]) die Entdecker der Piezoelektrizität, massen als die ersten die Stärke der piezoelektrischen Erregung des Quarz und Turmalin. Sie versahen die Kristalle mit zwei zu einer elektrischen Axe senkrechten Flächen, die metallische Belegungen erhielten. Als Mass der elektrischen Erregung benutzten sie das durch eine einseitige Kompression des Kristalls auf einer Belegung erzeugte Moment normal zur Fläche. Das durch die Einheit des Druckes erzeugte Moment, oder, was dasselbe ist, die auf der Einheit der Kristallfläche durch die Druckeinheit erzeugte Elektrizitätsmenge ist dann numerisch gleich der „piezoelektrischen Konstante".

Im Gegensatz dazu bezeichnet Voigt[2]) diese Grösse als piezoelektrischen Modul. Je nach der Symmetrie des Kristalls existieren mehrere Moduln für verschiedene Richtungen. Der Quarz besitzt zwei, der Turmalin vier. Die Curie'schen Messungen beziehen sich für beide Kristalle nur auf je einen Modul, den in der Richtung einer der drei elektrischen Axen beim Quarz und den in der Richtung der dreizähligen Axe beim Turmalin. Diese Moduln sind in der Voigt'schen Theorie dargestellt durch die Gleichungen:

$$\text{für Quarz: } \delta_{11} = \varepsilon_{11}(s_{11} - s_{12}) + \varepsilon_{14} s_{14},$$

$$\text{für Turmalin: } \delta_{33} = 2\varepsilon_{31} s_{31} + \varepsilon_{33} s_{33},$$

wo δ piezoelektrische Moduln bedeuten und s Elastizitätsmoduln; die ε sind Grössen, die Voigt piezoelektrische Konstanten nennt.

---

[1]) J. und P. Curie, Journ. de phys. (2) I. 245. 1882.

[2]) W. Voigt, Theorie der Pyroelektrizität und Piezoelektrizität. Abhandlung der Ges. der Wiss. Göttingen. 36. 1890.

In der vorliegenden Arbeit wurde untersucht, ob sich der piezoelektrische Modul des Quarz und Turmalin bei einer Abkühlung des Kristalls auf die Temperatur der flüssigen Luft ändert; zur Entscheidung der weiteren Frage, ob sich die piezoelektrische Konstante des Turmalin innerhalb desselben Temperaturintervalls ändert, war die Messung eines Elastizitätsmoduls des Turmalin bei der Temperatur der flüssigen Luft erforderlich; auch sie wurde ausgeführt.

Im Zusammenhang mit dieser Untersuchung steht auch die Frage nach der Existenz wahrer Pyroelektrizität bei pyroelektrisch erregbaren Kristallen, z. B. dem Turmalin. Die elektrische Erregung des Turmalin, d. h. die Änderung seines permanenten elektrischen Momentes, ist proportional einer ihm erteilten Deformation, sei es, dass diese mechanisch oder thermisch hervorgerufen wird. Diese Deformationen kann man, so lange sie klein sind, als linear abhängig von ihrer Ursache, der Druckänderung oder Temperaturänderung, ansehen. Voigt setzt daher als einfachsten Ansatz das elektrische Moment des Turmalin für kleine Temperaturänderungen linear proportional der thermischen und mechanischen Deformation. Für den Fall, dass eine Temperaturänderung ausser durch die von ihr hervorgerufene thermische Deformation noch einen direkten Einfluss auf das elektrische Moment ausübt, fügt er ein gleichfalls lineares Glied hinzu. Der Ansatz hat folgende Form:

$$M_{dt} = M_{00} (1 + \delta d_1 + \beta d_2 + \gamma t),$$

wo M_{00} das Moment bei der Deformation Null und der Anfangstemperatur Null bezeichnet, δ den Modul der piezoelektrischen Erregung, β den Modul der durch die thermische Deformation erzeugten „falschen Pyroelektrizität", γ den Modul der wahren Pyroelektrizität, d_1 die mechanische und d_2 die thermische Deformation und t die Temperaturänderung.

Die Frage nach dem direkten Temperatureinfluss untersuchte Voigt[1]) auch experimentell.

Aus seiner Theorie ergibt sich für die von der thermischen Deformation hervorgerufene Änderung des Momentes:

$$c = (2\, a_1\, \varepsilon_{31} + a_3\, \varepsilon_{33})\, t,$$

wobei a_1 und a_3 die thermischen Ausdehnungskoeffizienten senkrecht und parallel zur Axse sind und c die gemessene Änderung des Momentes bedeutet. Vermittelst dieser Beziehung lässt sich die Änderung des Momentes für die Einheit der thermischen Deformation vergleichen mit der Änderung des Momentes durch die Einheit der mechanischen Deformation, die aus der oben angeführten Beziehung hervorgeht. Wenn keine wahre Pyroelektrizität vorhanden ist, so erzeugt die Einheit der Deformation in beiden Fällen die gleiche Änderung des Momentes, während eine auftretende Differenz der Werte den direkten Temperatureinfluss auf das Moment darstellt. Die von Voigt angestellten Versuche ergaben, dass von der gesamten pyroelektrischen Erregung 80% von der Deformation herrühren, während 20% wahre Pyroelektrizität vorhanden sind.

Die Resultate dieser Versuche sind jedoch vielleicht nicht als ganz sicher zu betrachten. Die Hauptunsicherheit dürfte in der pyroelektrischen Untersuchung liegen, bei der durch die Benutzung eines sehr kleinen Temperaturintervalls die Erlangung genauer Werte sehr schwierig sein dürfte und ferner durch die benutzte Methode (Schwingen des Turmalin in Öl) eventuell erhebliche, durch Reibungselektrizität verursachte Fehler im Resultat enthalten sein könnten.

Man kann jedoch den Ansatz für das elektrische Moment auch anders ansetzen, nämlich:

$$M_{dt} = M_{00}\, (1 + \delta\, d_1 + \beta\, d_2)\, (1 + \gamma\, t).$$

---

[1]) W. Voigt, Wied. Ann. 66. 1030. 1898.

Dieser Ansatz ist nicht mehr linear; auch er ist berechtigt, da die durch die erste Klammer dargestellten Vorgänge durch die Dislokation der Moleküle bewirkt werden, während der durch den Faktor der zweiten Klammer hervorgerufene Einfluss durch Vorgänge innerhalb des Moleküls hervorgerufen wird; es scheint daher gerechtfertigt, diese Vorgänge in dem Ansatz als abhängig voneinander darzustellen. In dem Falle, dass man diesen zweiten Ansatz benutzt, vermag die vorliegende Arbeit auf einem von den Experimenten von Voigt abweichenden Wege einen Beitrag zu der Frage nach der wahren Pyroelektrizität zu liefern. In diesem Falle müsste sich nämlich eine Änderung des elektrischen Momentes durch direkten Temperatureinfluss äussern in einer Veränderlichkeit des piezoelektrischen Modul mit der Temperatur. Da bei einer Abkühlung um rund 200° eine solche Veränderlichkeit nicht gefunden wurde, wäre in diesem Falle auf ein Fehlen wahrer Pyroelektrizität zu schliessen; da aber die Berechtigung dieses zweiten Ansatzes dem ersten gegenüber nicht feststeht, wurde auch die Untersuchung der pyroelektrischen Erregung des Turmalin bis zur Temperatur der flüssigen Luft in Angriff genommen und wird demnächst abgeschlossen sein.

Ich möchte an dieser Stelle Herrn Geheimrat Röntgen für die Anregung zu dieser Arbeit, für die vielseitige Hilfe und Unterstützung, die ich von ihm empfing, meinen herzlichen Dank aussprechen.

I. Piezoelektrische Messungen.

A. Der piezoelektrische Apparat.

Der für die piezoelektrischen Versuche benutzte Apparat (Fig. 1) war folgendermassen konstruiert: Auf einem starken Dreifuss aus T-Eisen ist eine kreisförmige 15 mm dicke Zinkplatte aufgeschraubt, die plan gedreht ist. Die Platte hat 35 cm Durchmesser und ist, wie an der Figur zu erkennen ist, aus Gründen einer geeigneten Raumverteilung, exzentrisch auf den Ring des Dreifuss aufgesetzt. In der Mitte des Ringes ist die Platte 15 mm weit durchbohrt; diese Bohrung verbindet den Raum oberhalb der Platte mit dem eigentlichen Versuchsgefäss, das die zu untersuchenden Kristalle aufnimmt und in flüssige Luft getaucht werden kann; es ist aus Kupfer angefertigt und besteht aus drei Teilen *a*, *b* und *c*. Der Teil *b* ist ein Kreiszylinder von 40 mm Durchmesser und 165 mm Länge; er trägt an beiden Seiten Schliffe, in die die Teile *a* und *c* sorgfältig eingeschliffen sind. Der Teil *a* besteht aus dem auf den Zylinder aufgeschliffenen Deckel, in den drei Röhren eingesetzt sind. Die mittlere Röhre von 15 mm lichter Weite trägt oben eine runde Platte, welche mit drei Schraubenbolzen unter das Loch der Zinkplatte geschraubt ist, so dass die Röhre genau unter dem Loche sich befindet. Um die Wärmeübertragung von dem Gestell auf den Kupferapparat möglichst zu verhindern, ist hier eine dicke Asbestscheibe zwischengelegt; ferner sind die Schraubenbolzen umhüllt von Hartgummiröhren und die Unterlegscheiben mit Asbest bedeckt, so dass Apparat und Gestell keinerlei metallische Ver-

bindung besitzen; bei der grossen Wärmekapazität und Strahlungsfläche des Gestells ist diese Vorsichtsmassregel notwendig, um ein dauerndes starkes Sieden der flüssigen Luft zu vermeiden. Neben der weiten Röhre befinden sich zwei Röhrchen von 5 mm lichter Weite; sie sind ausgefüllt von Hartgummizylindern, die von je einem dünnen Draht durchsetzt sind; diese Drähte dienen zur Verbindung der Kristallbelegungen mit dem Elektrometer resp. der Erde. Der Teil *c* ist ein aufgeschliffener Deckel, der in der Mitte einen eingeschraubten Haken trägt. Zum bequemen Einreiben der Schliffe tragen die Zylinderdeckel überstehende und gerändelte Wulste. Dicht neben der Peripherie des Dreifusses trägt die Zinkplatte eine Säule, auf der der Wagbalken einer guten Tarierwage schwebt. Anstatt der Wagschalen trägt der Balken zwei Drähte; der eine reicht in das Innere des Kupfergefässes (um möglichst schlechte Wärmeleitung zu erzielen, ist es ein nur 0,2 mm dicker Neusilberdraht), der andere, ein dicker Messingdraht, durchsetzt die Zinkplatte durch ein Loch von 10 mm Weite in der Nähe ihrer Peripherie; bei *f* trägt dieser Draht eine Scheibe, auf welche eine dauernde Belastung aufgelegt werden kann, darunter an einem weiten Haken eine Wagschale, die über einer Arretierung schwebt. Das Mittellager des Wagbalkens ist durch eine grosse Schraubentrommel unterhalb der Zinkplatte verstellbar, um immer eine genau horizontale Einstellung des Wagbalkens zu erreichen. Bei *e* befinden sich zwei Schieber, die, zusammengeschoben, das Loch verschliessen, indem sie den durchführenden Draht dicht umfassen. Auf die Zinkplatte wird jetzt eine grosse Glasglocke gesetzt, die mit eingefettetem Rande dicht schliesst. Es ist dann der ganze Apparat nach aussen hin abgeschlossen und man kann durch Schwefelsäure und Phosphorpentoxyd, die sich unter der Glasglocke befinden, die Luft im Apparat vollkommen trocknen, was für eine gute Isolation der Kristalle notwendig ist. Die

Schieber bei *e* werden nur zu den Versuchen geöffnet. Der Versuch findet statt, indem durch die Arretierung die Wagschale mit Gewichten auf den Haken des Drahtes gehängt, resp. abgehoben wird; hierdurch wird zu der bei *f* befindlichen Belastung ein bekanntes Gewicht hinzugefügt; die durch die Wage übertragene Kraftwirkung hat also im Versuchsgefäss die Richtung von unten nach oben, wobei der Kristall in einer geeigneten, später zu beschreibenden Anordnung am Haken des unteren Deckels befestigt ist. Eine Schwierigkeit bot es anfangs, das Versuchsgefäss gegen flüssige Luft zu dichten. Die Schliffe wurden ohne Fett eingesetzt; trotzdem sie aber möglichst sorgfältig geschliffen waren, so dass sie vollkommen wasserdicht waren, begann immer einige Zeit nach dem Einfüllen der flüssigen Luft diese tropfenweise in das Innere zu dringen, was sofort an starken elektrischen Störungen zu erkennen war. Es gelang, diese Schwierigkeit vollständig zu beheben, indem die äussere Fuge dick verstrichen wurde mit sogenanntem „Konsistenzfett", wie es zum Schmieren von Maschinen benutzt wird. Man kann es durch Zusatz von mehr oder weniger Öl zu einer beliebigen Konsistenz bringen; es ist geeignet, wenn es ungefähr wie weiche Butter ist. In flüssiger Luft gefriert es ganz fest an das Metall und ist vollkommen hart, ohne jedoch Sprünge zu bekommen; es hat immer vollkommen dicht gehalten.

B. Piezoelektrische Versuche am Quarz.

Die piezoelektrischen Versuche am Quarz wurden an einer Quarzlamelle ausgeführt, welche in einer von J. und P. Curie[1]) angegebenen Weise aus dem Kristall herausgeschnitten ist und wie sie von ihnen „piezoelektrischer Quarz" genannt wurde. Die Lamelle, welche die Dimensionen $90 \times 20 \times 0{,}63$ mm hat,

[1]) J. und P. Curie, Journ. de phys. (2) 1. 245. 1882.

ist so orientiert, dass die Hauptaxe in die Breitenrichtung fällt und eine Nebenaxe (elektrische Axe) in die Dickenrichtung; die elektrische Axe steht also senkrecht zur Fläche der Lamelle. Die Enden sind in flache Fassungen eingekittet, durch die zylindrische Stahlstäbchen hindurchgesteckt sind (Fig. 1). Diese Stahlstäbchen sind eingehängt in die Schlitze von Messingklötzchen *d*, so dass sie mit ihnen an jedem Ende der Lamelle ein Gelenk bilden. Das untere Klötzchen ist vermittelst einer drehbar befestigten Öse in den Haken des Zylinderdeckels eingehängt, das obere durch einen Haken mit dem Neusilberdraht verbunden, wodurch ein gegen das erste Gelenk um einen rechten Winkel gedrehtes zweites Gelenk entsteht. Es wird durch diese Anordnung erreicht, dass der Quarz eine nach jeder Richtung freie Beweglichkeit erhält; wird durch den Neusilberdraht ein Zug auf den Quarz übertragen, so bewirkt dieser nur eine Dilatation der Lamelle, ohne eine Biegung verursachen zu können. Notwendig ist es hiefür nur, dass die Stahlstäbchen senkrecht zur Fläche der Lamelle stehen, eine Bedingung, die beim Einkitten leicht genau zu erreichen ist; nicht notwendig ist es jedoch, dass sich der Befestigungshaken lotrecht unter dem Gehänge des Wagbalkens befindet, was wohl auch kaum sicher zu erreichen wäre. Die beiden Flächen der Lamelle sind mit ganz reinem Gummi arabicum mit Stanniol beklebt. In der Nähe der Fassungen sind zwei 0,5 mm breite Streifen der Belegung ausgeschnitten, so dass auf jeder Seite der Lamelle ein 60 mm langes Stück der Belegung von den Enden isoliert ist. Die übrigbleibenden Stücke der Belegung sind mit den Fassungen verbunden und geerdet. Übt man durch ein auf die Wagschale gelegtes Gewicht einen Zug auf den Quarz aus, so entstehen auf den beiden isolierten Belegungen gleiche, entgegengesetzte und dem Gewicht proportionale Ladungen. Durch zwei schwach anliegende Messingfedern (Fig. 1) kann eine oder die andere Belegung mit dem

Elektrometer verbunden werden, während die andere geerdet wird. Die benutzte Form des Quarzes ist nicht nur wegen seiner äusseren Form sehr bequem für das Experiment, sondern auch wegen der von ihr entwickelten, relativ sehr grossen Elektrizitätsmengen. J. und P. Curie zeigten, dass bei der hier benutzten Form die entwickelte Elektrizitätsmenge proportional ist dem Verhältnis von Länge zu Dicke, während die Breite der Platte keine Rolle spielt. Die benutzte Lamelle entwickelt daher eine ungefähr hundertmal so grosse Elektrizitätsmenge, wie ein mit gleichem Gesamtdruck deformierter Würfel ergeben würde.

Als Elektrometer wurde ein Hankel'sches[1]) Elektrometer benutzt, bei dem ein Goldblättchen zwischen zwei durch eine kleine Akkumulatorenbatterie auf $\pm$ 100 Volt geladenen Platten hängt. Die Bewegung des Blättchens, wenn die zu messende Spannung daran angelegt wird, wird mit Mikroskop und Okularmikrometer gemessen. Durch Vergrösserung oder Verkleinerung des Plattenabstandes kann die Empfindlichkeit variiert werden. Der Hauptvorzug des Instrumentes ist seine aperiodische Einstellung; ein zweiter sehr grosser Vorzug, die sehr kleine Kapazität war bei den vorliegenden Versuchen nicht wichtig, da die durch piezoelektrische Erregung erzeugten Elektrizitätsmengen sehr grosse sind. Das Elektrometer stand in einem Käfig aus Drahtgeflecht, die Verbindung zwischen Elektrometer und Quarz war sorgfältig elektrostatisch geschützt, alle Metallteile des piezoelektrischen Apparates geerdet. Der Ausschlag des Elektrometers war innerhalb weiter Grenzen proportional dem angelegten Potential. In Fig. 2 bedeuten die Ordinaten die abgelesenen Skalenteile und die Abszissen die angelegte Spannung in Zehnteln eines Daniellelementes, die durch Abschalten an einem Rheostaten erhalten

[1]) W. G. Hankel, Pogg. Ann. 84. 28. 1850.

wurden. Es wurde ferner festgestellt, dass die durch Belasten des Quarzes erzeugten Elektrometerladungen proportional den Gewichten waren.

Es wurden dann einige Vorversuche unternommen, indem bei einer Reihe von Belastungen die Ausschläge gemessen wurden und dann dieselbe Versuchsreihe wiederholt wurde, nachdem das Versuchsgefäss in einer zylindrischen Dewar'schen Flasche von 12 cm Durchmesser und 25 cm Höhe bis zum Hals in flüssige Luft getaucht war. Die Luft siedete anfangs sehr stark und wurde dauernd nachgefüllt; nach ungefähr 45 Minuten hörte das Sieden fast ganz auf, es wurde dann die Messung begonnen und ungefähr eine Stunde lang fortgesetzt. Es konnte bei diesen Versuchen eine Verschiedenheit der Ausschläge für $+ 20°$ und die Temperatur der flüssigen Luft, also ungefähr $- 190°$ nicht festgestellt werden; daraus ging hervor, dass eine etwa vorhandene Änderung der piezoelektrischen Konstante nicht beträchtlich sein konnte, dass sie etwa fünf Prozent nicht übersteigen konnte.

Für die weiteren Versuche wurde eine Nullmethode verwandt; es wurde dazu ein zweiter piezoelektrischer Quarz benutzt und zwar, wie er von J. und P. Curie[1]) als Messinstrument angegeben und im hiesigen Institut vorhanden ist. Er ist ganz ähnlich konstruiert wie der beschriebene Apparat, nur ist der Quarz an seinem oberen Ende ohne Anwendung einer Wage an einem Gestell befestigt, an seinem unteren Ende trägt er die Wagschale, die durch eine am Gestell befestigte Arretierung abgehoben wird. Die Wirkungsweise ist genau dieselbe wie bei dem beschriebenen Apparat. Wir wollen in folgendem immer das Messinstrument als Quarz I und den untersuchten und gekühlten Kristall als Quarz II bezeichnen.

---

[1]) J. und P. Curie, Journ. de Phys. (2) 1. 245. 1882.

Die Schaltung war so, dass Quarz I und II beide mit dem Blättchen des Elektrometers verbunden waren, jedoch so, dass sie ihm entgegengesetzte Ladungen erteilten. Die Nullmethode bestand darin, Belastungen zu finden, bei denen das Elektrometer gar keinen Ausschlag zeigte, weil es von einem Quarz genau so stark positiv geladen wurde, wie von dem anderen negativ. Wird nun der Quarz II in flüssige Luft getaucht, so wird sich eine Änderung der piezoelektrischen Konstante darin zeigen, dass das Verhältnis der für beide Quarze notwendigen Belastungen, bei denen das Elektrometer auf dem Nullpunkt bleibt, ein anderes geworden ist. Das Elektrometer wirkt nur als Elektroskop. Die von den beiden Quarzen erzeugten einander kompensierenden Elektrizitätsmengen überschritten bei weitem eine Grösse, welche ohne Kompensation ein Hinausschnellen des Blättchens über die Skala des Instrumentes bewirkt hätte.

Diese Versuche konnten in zweifacher Art variiert werden:

1. Die Gewichte werden nach Aufheben der Erdleitung auf beide Wagschalen möglichst gleichzeitig und erschütterungsfrei aufgesetzt, nachdem man durch Vorversuche möglichst genau das Verhältnis der kompensierenden Gewichte festgestellt hat; das Elektrometer wird also dauernd auf dem Nullpunkt gehalten.
2. Die Gewichte werden nicht im ganzen und auf einmal auf die Wagschalen gelegt, sondern Teilgewichte abwechselnd auf den Wagschalen von Quarz I und II hinzugefügt. Es wird z. B. nach Aufheben der Erdung Quarz I belastet mit 50 g, es erfolgt Rechtsausschlag; dann Quarz II mit 50 g belastet, es wird dadurch die ihm erteilte Ladung annähernd kompensiert. Indem man nun der Belastung von Quarz I und Quarz II abwechselnd Gewichte hinzufügt, erreicht man unter Verwendung immer kleinerer Gewichte ein vorher

annähernd ausprobiertes Belastungsverhältnis, bei dem das Elektrometerblättchen sich auf dem Nullpunkt befindet; indem man nun das Blättchen erdet, kontrolliert man, dass es wirklich unelektrisch ist, denn in diesem Falle darf es beim Erden keine Bewegung ausführen. Diese Methode bietet eine Kontrolle dafür, dass die Kompensation wirklich durch entgegengesetzt gleiche Elektrizitätsmengen, nicht aber durch mangelhafte Isolation erreicht ist.

Es wurden bei jeder Versuchsreihe beide Methoden abwechselnd ausgeführt und der Versuch hinreichend oft hintereinander wiederholt; dann wurde flüssige Luft eingefüllt und nach 45 Minuten dieselben Messungen eine Stunde lang fortwährend wiederholt. Nach dem Erwärmen wurden die Kompensationsgewichte noch einige Male konstatiert.

An einem Tage wurde belastet:

Quarz II mit 100 g 200 g 300 g,

die dann nötigen Kompensationsgewichte waren für:

Quarz I 93—95 g 187—190 g 282—285 g,

wobei die angegebenen Gewichte die äussersten überhaupt auftretenden Grenzen waren. Die nach dem Abkühlen von Quarz II erhaltenen Werte waren genau dieselben, d. h. sie lagen auch immer innerhalb der angegebenen Grenzen. Die Empfindlichkeit des Elektrometers war so, dass eine Belastung von 2 g einen deutlichen Ausschlag gab.

Am nächsten Tage wurde belastet:

Quarz I 100 g 200 g 300 g

und Quarz II 108—110 g 217—220 g 325—330 g,

wobei die angegebenen Gewichte wieder die äussersten Werte sind. Während des Kühlens von Quarz II lagen die Werte wieder innerhalb der angegebenen Grenzen.

Durch die angeführten Versuche wurde also festgestellt, dass eine etwaige Änderung des piezoelektrischen Modul des

Quarzes für eine Abkühlung von 210° von Zimmertemperatur aus unterhalb der Messfehlergrenze von 2 % liegt. Der Temperaturkoeffizient des Modul liegt also unter 0.0001 des Wertes für Zimmertemperatur für 1° Temperaturänderung.

C. Elektrische Messungen am Turmalin.

Beschreibung der Versuchsanordnung.

Die elektrischen Messungen am Turmalin können nicht an Lamellen vorgenommen werden wie beim Quarz, da der Turmalin nicht in Kristallen vorkommt, die gross genug sind, um das Herausschneiden solcher Lamellen zu gestatten und auch die dazu erforderliche vollkommene Homogenität niemals besitzt. Man muss infolgedessen die Versuche durch Kompression des Kristalles anstellen, dem man zwei parallele Flächen anschleift. Die beiden Flächen werden senkrecht zur optischen Achse geschliffen, die beim Turmalin auch gleichzeitig elektrische Achse ist. Es wurden ausschliesslich vollkommen sprungfreie, grasgüne, brasilianische Turmaline verwendet. Die elektrische Ladung wurde auf den gedrückten Flächen beobachtet, die zu diesem Zwecke metallische Belegungen erhielten.

Der Apparat zum Pressen der Turmaline ist in Fig. 3 dargestellt. Zwei aus hartem Neusilberdraht gebogene Bügel *a a* tragen unten aufgeschraubt sorgfältig geschliffene Messingplatten *b b*; die Bügel sind um einen rechten Winkel gegeneinander gedreht und, wie die Figur zeigt, vor dem Anschrauben der Platten ineinander gehängt. Die Bügel tragen an den Rundungen Stahlstäbchen *c*, die, wie vorher die Fassungen des Quarzes, in die Messingklötzchen eingehängt werden. Der Turmalin *d* steht auf der Platte des oberen Bügels. Die Platte des unteren Bügels trägt in der Mitte eine eingeschraubte Spitze, die eine Messingscheibe von oben auf den

Turmalin drückt; diese Messingscheibe ist durch eine untergelegte Hartgummischeibe *e* von der Belegung der Kristallfläche isoliert, da diese mit dem Elekrometer verbunden wird. Die untere Flächenbelegung des Turmalins ist ebenso wie alle Apparatteile geerdet. Wird die angegebene Zugvorrichtung durch Belastung der Wage gedehnt, so wird der darin liegende Turmalin mit demselben Gewichte belastet; durch die Druckübertragung vermittelst Spitze ist ein gleichmässiges Anliegen der Messingplatten an den Kristalflächen sowie eine gleichmässige Druckübertragung auf die ganze Fläche angestrebt.

Die Metallbelegungen der Kristallflächen wurden in folgender Weise hergestellt:

Der Turmalin wurde nach sehr eingehender Reinigung (Waschen in Salpetersäure, Kalilauge und Wasser) an einem Silberdraht in die von Boettger[1]) angegebene Versilberungslösung gehängt und nach dem Herausnehmen augenblicklich mit einer Spritzflasche abgespült; er war dann allseitig bedeckt von einer dünnen Silberhaut, die namentlich auf den zu belegenden Flächen nirgends ein Fehlen des metallischen Silberglanzes zeigen darf. Dann wurde die Versilberung galvanisch verkupfert, wobei der angewendete Strom sehr schwach war (ca. 1/100 Ampère). Schliesslich wurde die Belegung an allen Stellen, ausser den beiden zu belegenden Flächen und daran stehen bleibenden schmalen Bändern *ff* (Fig. 4) mit Salpetersäure weggeätzt. Diese Bänder dienten zum Anlöten von Drähten, die sehr dünn gewählt wurden (0,02 mm), damit sie nicht durch ihre Steifheit einen seitlichen Zug auf den Kristall ausüben konnten; anstatt der bisher benutzten Kontaktfedern ragten Kupferdrähte in das Versuchsgefäss hinein, an die die dünnen Drähte angelötet wurden, und welche die Verbindung mit dem Elektrometer vermittelten.

[1]) F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. 9. Auflage, pag. 32, 1901.

War der Turmalin auch sorgfältig gereinigt und getrocknet, so musste nach dem Zusammensetzen des Apparates dieser doch noch einen Tag lang unbenutzt stehen bleiben, um durch das in ihm befindliche Phosphorpentoxyd die sich auf dem Kristall an der Luft bildende Feuchtigkeitsschicht zu entfernen; nur so gelang es, eine gute Isolation zu erreichen.

Von der Verwendung einer Nullmethode wurde abgesehen. Der Turmalin ist sehr stark pyroelektrisch erregbar; selbst wenn das Versuchsgefäss möglichst gut gegen Temperaturschwankungen geschützt wurde, gelang es nicht, eine dauernde, von der Pyroelektrizität herrührende Elektrometerwanderung zu verhindern. Bei der Kompensationsschaltung zweier Turmaline wäre diese Elektrometerwanderung keine während der Versuchsdauer nach derselben Seite verlaufende, regelmässige gewesen, was für die angewandte Beobachtungsmethode Bedingung war, wie weiter unten noch erklärt werden wird. Aus demselben Grunde ist es nicht ratsam, allzu dicke Turmaline zu verwenden, da die durch Temperaturschwankungen entwickelte Elektrizitätsmenge dem Querschnitt des Kristalles proportional ist.

Beobachtungsmethode.

Es wurde ein Dolezalelektrometer mit Fernrohrablesung verwendet. In diesem Falle, wo keine Nullmethode verwandt wurde, bot dies den Vorteil, dass Ausschläge bis zu ungefähr 250 mm benutzt werden konnten bei einer genauen Ablesung von $^1/_2$ mm, während das Hankel'sche Elektrometer nur Ausschläge von 25 Skalenteilen erlaubt, gleichfalls bei genauer Ablesung von $^1/_2$ Skalenteilen. Die Nadel wurde durch eine Akkumulatorenbatterie auf + 100 Volt geladen. Ein Quadrantenpaar war dauernd geerdet, das andere mit dem Turmalin verbunden, konnte aber auch geerdet werden. Die

Empfindlichkeit war ungefähr 950 mm Ausschlag für 1 Volt; sie blieb selbst für Zeiträume von Wochen sehr annähernd konstant, wurde aber vor und nach den Versuchen immer kontrolliert. Das Elektrometer zeigte bei aufgehobener Erdung und ohne mit dem Turmalin verbunden zu sein, eine dauernde Nullpunktswanderung; sie war sehr konstant und annähernd 2 mm in 30 Sekunden; wahrscheinlich rührte sie davon her, dass bei den sehr kleinen Dimensionen der Quadranten von der hohen Nadelladung kontinuierlich durch die geringe Leitfähigkeit der Luft dem isolierten Quadrantenpaar Elektrizität zugeführt wurde. War der Turmalin mit dem Elektrometer verbunden, so hatte dieses, wie schon erwähnt, eine Nullpunktswanderung, die von dem Temperaturzustand der Umgebung und des Zimmers abhängig war; war dieser stark wechselnd, wie z. B. an Tagen mit stark wechselnder Bewölkung oder stark steigender Temperatur, so war die Nullpunktswanderung so stark und so wechselnd, dass ein Arbeiten nicht möglich war. Waren die äusseren Umstände günstig, so blieb die Wanderung für einen Zeitraum von mehreren Stunden annähernd konstant, so dass sie für die Dauer eines Belastungsversuches, nämlich eine Minute, sicher konstant war. Es wurde daher eine Beobachtungsmethode verwendet, bei der lediglich die annähernde Konstanz der Nullpunktswanderung notwendig war. Die Beobachtungsmethode möge an der Hand eines Beobachtungsschemas erläutert werden:

Zeit:	Ablesung an der Skala:	
0 Sek.	222,0	
30 „	227,2	
60 „	231,2	
90 „	**234,8**	belastet 575 g
120 „	160,0	
150 „	163,6	
180 „	167,3	

Zur Zeit 0 wurde die Erdung aufgehoben und die Elektrometerwanderung beobachtet, zur Zeit 90 Sekunden wurde der Turmalin belastet, wodurch Ablenkung des Elektrometers erfolgt; es wurde jetzt wieder die Elektrometerwanderung beobachtet. Diese Vergleichung der Elektrometerwanderung bei ungeladenem und geladenem Elektrometer bildet gleichzeitig eine Prüfung der Güte der Isolation.

Durch die oben beschriebenen Vorsichtsmassregeln wurde erreicht, dass der Elektrizitätsverlust durch Isolationsfehler nur ca. 1 % der Elektrometerladung in 30 Sekunden betrug.

Die Belastungs- und Entlastungsversuche gingen folgendermassen vor sich: Die Erdung des Elektrometers wurde aufgehoben, die Skaleneinstellung abgelesen und sofort darauf der Turmalin zur Zeit 0 belastet; zur Zeit 30 Sekunden wurde die Skaleneinstellung abgelesen und möglichst gleichzeitig der Turmalin entlastet; zur Zeit 60 Sekunden wurde noch einmal die Skaleneinstellung abgelesen. Die Zwischenräume von 30 Sekunden wurden gewählt, weil nach dieser Zeit die Schwingungen der Elektrometernadel aufgehört hatten.

Wird nach vorheriger Belastung der Turmalin wieder entlastet, so entwickelt er die gleiche entgegengesetzte Elektrizitätsmenge wie beim Belasten, das Elektrometer geht also auf Null zurück; dies stellt den Belastungsversuch dar; wenn nach vorhergehender Erdung des Elektrometers zur Zeit 0 entlastet, zur Zeit 30 Sekunden belastet wird, so erhält man den Entlastungsversuch, wobei der Ausschlag im entgegengesetzten Sinne stattfindet. Die Differenz der Skalenablesung zur Zeit 30 Sekunden und dem Mittel der Nullage zur Zeit 0 und zur Zeit 60 Sekunden ergibt die durch eine bestimmte Belastung bewirkte Elektrometerablenkung unabhängig von konstanter Elektrometerwanderung. Es wurden die Elektrometerausschläge für drei verschiedene Gewichte gemessen und zwar so, dass zuerst vom kleineren zum grösseren fortschreitend

beobachtet wurde, dann wieder vom grösseren zum kleineren. Für jedes Gewicht wurden jedesmal die Ausschläge für Be- und Entlastung gemessen; diese, die bei genauer Symmetrielage der Elektrometernadel theoretisch gleiche Grösse hätten, unterschieden sich stets weniger wie ein Prozent voneinander. Der schliessliche mittlere Wert des Elektrometerausschlages für ein Gewicht ist genommen aus den Ausschlägen für zwei Be- und zwei Entlastungen, also vier Beobachtungen; nur bei dem grössten Gewicht war eine Stelle der Skala durch den elektrostatischen Schutz eines Zuleitungsdrahtes verdeckt, so dass hier nur der Ausschlag nach einer Seite beobachtet werden konnte. Es möge eine vollständige Beobachtungsreihe angeführt werden:

20. XII. 05. Temperatur 19,5°.

I. Belastungsversuch.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	355,0	nach der Ablesung sofort belastet mit 575 g
30 „	280,0	nach der Ablesung sofort entlastet
60 „	352,0	

$$\text{Ausschlag } \frac{355{,}0 + 352{,}0}{2} - 280{,}0 = 73{,}5 \text{ mm}.$$

II. Entlastungsversuch.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	354,0	nach der Ablesung sofort 575 g abgehoben
30 „	424,5	nach der Ablesung sofort belastet mit 575 g
60 „	349,0	

$$\text{Ausschlag } \frac{354{,}0 + 349{,}0}{2} - 424{,}5 = 73{,}0 \text{ mm}.$$

III.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	356,0	belastet mit 1075 g
30 „	218,0	entlastet 1075 g
60 „	356,0	

Ausschlag + 138,0 mm.

IV.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	349,0	entlastet 1075 g
30 „	485,0	belastet 1075 g
60 „	346,0	

Ausschlag — 138,0.

V.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	355,0	entlastet 1578 g
30 „	556,0	belastet 1578 g
60 „	352,0	

Ausschlag — 202,5 mm.

VI.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	355,0	entlastet 1578 g
30 „	557,0	belastet 1578 g
60 „	354,0	

Ausschlag — 202,5 mm.

VII.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	356,0	belastet 1075 g
30 „	222,5	entlastet 1075 g
60 „	362,0	

Ausschlag + 136,5 mm.

VIII.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	355,0	entlastet 1075 g
30 „	494,0	belastet 1075 g
60 „	358,0	

Ausschlag — 137,5 mm.

IX.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	355,5	belastet 575 g
30 „	285,0	entlastet 575 g
60 „	361,5	

Ausschlag + 73,5 mm.

X.

Zeit:	Skala:	
0 Sek.	355,5	entlastet 575 g
30 „	432,0	belastet 575 g
60 „	361,0	

Ausschlag — 73,4 mm.

Mittelwerte der Elektrometerausschläge.

Gewicht:	Ausschlag:
575 g	73,4 mm
1075 g	137,5 mm
1578 g	202,5 mm

Bei den Versuchen mit flüssiger Luft wurde eine Eichung des Elektrometers vorgenommen und nach Prüfung von Elektrometerwanderung und Isolation eine Versuchsreihe, wie die vorstehende, zunächst bei Zimmertemperatur ausgeführt. Dann wurde, ohne den Apparat zu berühren, in die bereits vorher unter dem Versuchsgefäss stehende Dewar'sche Flasche flüssige Luft eingegossen; nach beendeter Abkühlung des Apparates, ungefähr 45 Minuten nach dem Einfüllen der flüssigen Luft, wurde die Versuchsreihe wiederholt. Es wurde dabei nur der Griff der Arretierung berührt, da durch eine Verschiebung irgend eines Apparatteiles die Kapazität sich hätte ändern können. Nachdem der Apparat sich wieder auf Zimmertemperatur erwärmt hatte, wurde, gewöhnlich am folgenden

Tage, zur Kontrolle noch einmal eine Versuchsreihe ausgeführt.

Um festzustellen, dass der Turmalin wirklich bei diesen Versuchen die Temperatur der flüssigen Luft angenommen hatte, war direkt neben dem Turmalin freischwebend die eine Lötstelle eines Thermoelementes befestigt. Die Zuleitungsdrähte führten an der Wand der weiten Röhre entlang und durch ein verkittetes Loch in der Zinkplatte nach aussen; die beiden anderen Lötstellen befanden sich in Eis; in den Stromkreis war ein Millivoltmeter eingeschaltet. Die in dem Apparat befindliche Lötstelle des Thermoelementes war vor dem Einsetzen direkt in flüssige Luft getaucht und der entstehende Thermoeffekt gemessen. Ungefähr 30 Minuten nach Eingiessen der flüssigen Luft zeigte das Thermoelement die Temperatur der flüssigen Luft im Innern des Versuchsgefässes an; es dauerte dann jedoch noch 10—15 Minuten bis der empfindlichere Turmalin konstante Temperatur anzeigte. Während der ganzen Versuchsdauer von ungefähr einer Stunde blieb die Temperatur sehr konstant. Die von der Pyroelektrizität herrührende Elektrometerwanderung war regelmässig bei dem Arbeiten in flüssiger Luft kleiner als bei Zimmertemperatur.

Fehlerquelle.

Die ersten Versuche bei der Temperatur der flüssigen Luft ergaben grössere Elektrometerausschläge als bei Zimmertemperatur, also einen grösseren Wert des piezoelektrischen Moduls als bei Zimmertemperatur, da bei gleichbleibender Kapazität der piezoelektrische Modul den Elektrometerausschlägen proportional ist. Der Wert dieser Vergrösserung war jedoch bei verschiedenen Versuchen mit flüssiger Luft verschieden; ausserdem war die Vergrösserung der Ausschläge verschieden für die drei angewandten Versuchsbelastungen:

für höhere Versuchsbelastungen rief die Abkühlung auf die Temperatur der flüssigen Luft eine kleinere Vergrösserung der Elektrometerausschläge hervor; dies Verhalten war also eine Abweichung von der Proportionalität der Elektrometerausschläge mit der Belastung bei der tiefen Temperatur bis 30%; eine geringe derartige Abweichung war auch bei Zimmertemperatur vorhanden, jedoch betrug sie nur bis 2%. Diese Fehlerquelle liess sich beseitigen durch eine geeignete Anfangsbelastung und durch sorgfältige Bearbeitung der druckübertragenden Teile. Die Druckübertragung auf den Turmalin fand statt durch die untere Messingplatte *b* (Fig. 3), durch die lose Messingplatte und die darunter liegende Hartgummiplatte. Diese Platten sowie die Kristallflächen müssen alle genau eben sein, damit der Druck der Belastung gleichmässig auf die Kristallflächen übertragen wird und in der Richtung der Flächennormale der beiden Kristallflächen wirkt. Es zeigte sich, dass die Abweichung der Elekrometerausschläge von der Proportionalität mit den Belastungen bei Zimmertemperatur desto kleiner war, je sorgfältiger die druckübertragenden Flächen plan geschliffen waren. Je kleiner aber die Abweichung von der Proportionalität bei Zimmertemperatur war, desto kleiner war sie auch bei — 192° und desto kleiner war auch überhaupt die Vergrösserung der Ausschläge durch das Abkühlen des Turmalin auf — 192°.

Durch sorgfältiges Schleifen allein konnte die Abweichung von der Proportionalität nur bis zu einer gewissen Grenze beseitigt werden: die Hartgummiplatte kann nicht so gut geschliffen werden wie die Metallplatten, ferner verzieht sich Hartgummi beim Abkühlen auf — 192°, so dass die Platte dann nicht mehr eben ist. Ein anderes Material, das in diesem Falle als Ersatz des Hartgummi geeignet gewesen wäre, wurde nicht gefunden. Es war daher eine gewisse minimale Anfangsbelastung notwendig, die hinreichend war, die Hart-

gummiplatte selbst bei der tiefen Temperatur, wo der Hartgummi wesentlich härter wird, zum vollkommenen Anliegen an die Kristallflächen zu bringen. Eine wachsende Anfangsbelastung des Turmalins bewirkte eine Verkleinerung der Elektrometerausschläge und eine Verkleinerung der Abweichung von der Proportionalität, jedoch wird dieser Einfluss bei einem weiteren Steigern der Anfangsbelastung immer kleiner, bis er zuletzt verschwindet, so dass eine weitere Steigerung der Anfangsbelastung keine Änderung der Ausschläge bewirkt; diese Konstanz der Ausschläge tritt bei Zimmertemperatur bei einem geringeren Werte ein, als bei — 192°. Es sei hier eine Reihe von Versuchen über den Einfluss der Anfangsbelastung bei — 192° mitgeteilt, bei denen die Anfangsbelastung von 240 g bis 1500 g variiert wurde.

Anfangsbelastung	+ 19,0°	— 192°			
	1000 g	240 g	500 g	1000 g	1500 g
Versuchsbelastung					
575 g	69,6	117,5	83,0	74,5	74,0
1075 g	130,0	182,0	149,0	137,5	136,4
1578 g	189,0	248,0	213,5	202,6	199,4

Die Zahlen unter den Werten der Anfangsbelastung bedeuten die Elektrometerausschläge in Millimetern für die drei links angegebenen Versuchsbelastungen. Die Resultate sind in Fig. 4 graphisch dargestellt; die Abszissen sind die Versuchsbelastungen in Gramm, die Ordinaten die durch sie erzeugten Elektrometerausschläge. Zum Vergleich ist eine Kurve für 1000 g Anfangsbelastung und Zimmertemperatur gezeichnet; sie unterscheidet sich nicht merklich von einer Geraden. In Fig. 5a sind die gleichen Resultate in anderer Weise graphisch dargestellt. Die Abszissen bedeuten die Anfangsbelastungen und die Ordinaten die Elektrometerausschläge.

Die untere, mittlere und obere Kurve stellen also die Ausschläge dar, die resp. 575 g, 1075 g und 1578 g bei den eingezeichneten Anfangsbelastungen ergeben. Man sieht, dass bei einer Anfangsbelastung von mindestens 1000 g eine weitere Vergrösserung bereits geringen Einfluss hat. Zu beachten ist, dass die unterste Kurve von 1000 g ab horizontal verläuft, während die mittlere und obere einen immerhin merklichen Einfluss noch aufweisen. Es rührt dies daher, dass bei der obersten Kurve zur Anfangsbelastung von 1500 g eine Versuchsbelastung von 1500 g hinzugefügt, dass also während des Versuches die Belastung verdoppelt wird; dies bringt den sichtbaren kleinen Einfluss hervor, während bei der untersten Kurve die Zusatzbelastung von 500 g nicht merklich auf die Gesamtbelastung einwirkt.

Es möge hier eine Versuchsreihe folgen, die den Einfluss der Anfangsbelastung auf die Ausschläge bei Zimmertemperatur darssellt:

Anfangsbelastung	19,0°			
	240 g	500 g	1000 g	1500 g
Versuchsbelastung				
573 g	77,5	75,7	74,2	74,0
1075 g	143,0	142,0	139,7	139,6

In Fig. 5b bedeuten wieder die Abszissen die Anfangsbelastungen, die Ordinaten die Ausschläge; von 1000 g Anfangsbelastung an sind die Ausschläge hier merklich konstant.

Die endgültigen Versuche wurden bei einer Anfangsbelastung von 2 kg vorgenommen (eine noch grössere Belastung hätte dem Apparat schädigen können); ferner erwies es sich als günstig, dass der Turmalin bereits mindestens 24 Stunden vor jedem Versuch unter der Anfangsbelastung stand. Unter diesen Umständen waren die Abweichungen der Ausschläge

von der Proportionalität mit den Belastungen bei Zimmertemperatur und bei — 192° stets unter 1%.

Resultate.

Die Messungen wurden an zwei Turmalinen vorgenommen.

I. Turmalin A. 21 mm lang, Anfangsbelastung 2000 g

Versuchsbelastung	+ 19,0°		— 192°	
		Mittel		Mittel
+ 575 g	75,4	75,3	76,4	76,1
— 575 g	— 75,2		— 75,9	
+ 1075 g	143,1	142,3	143,3	143,0
— 1075 g	— 141,4		— 142,8	
+ 1578 g	—	211,5	—	211,25
— 1578 g	— 211,5		— 211,25	

In der ersten Kolonne sind die Be- und Entlastungsversuche durch + und — vor den Gewichtszahlen bezeichnet; die zweite und vierte Kolonne enthalten die Elektrometerausschläge bei Zimmertemperatur und — 192°, wobei der Sinn der Ausschläge von Entlastungsversuchen wie oben durch — bezeichnet ist. Jeder in der zweiten und vierten Kolonne angegebene Ausschlag ist der Mittelwert aus zwei Versuchen. Die dritte und fünfte Kolonne enthalten für die beiden Temperaturen die Mittelwerte der Ausschläge aus den Be- und Entlastungsversuchen.

Aus der angeführten Tabelle ergibt sich das Verhältnis der Ausschläge bei + 19,0° und — 192° und damit auch das Verhältnis der piezoelektrischen Moduln für diese Temperaturen.

Versuchsbelastung:	575 g	1075 g	1578 g
Verhältnis der Ausschläge:	$\frac{76,1}{75,3} = 1,011$	$\frac{143,0}{142,2} = 1,006$	$\frac{211,5}{211,25} = 1,001$

II. Turmalin B. 25 mm lang, Anfangsbelastung 2000 g

Versuchsbelastung	+ 19,0°		— 192°	
		Mittel		Mittel
+ 575 g	73,5	73,45	75,1	74,9
— 575 g	— 73,4		— 74,7	
+ 1075 g	137,1	137,5	139,5	139,5
— 1075 g	— 137,8		— 139,5	
+ 1578 g	—	202,5	—	206,0
— 1578 g	— 202,5		— 206,0	

Die Schreibweise ist genau dieselbe, wie in Tabelle I. Als Verhältnis der piezoelektrischen Modulu für + 19,0° und — 192° ergibt sich:

Versuchsbelastung:	575 g	1075 g	1578 g
Verhältnis der Ausschläge:	$\frac{74,9}{73,4} = 1,02$	$\frac{139,5}{137,5} = 1,015$	$\frac{206,0}{202,5} = 1,017$

Die beschriebenen Versuche zeigen also, wenn man die bei geringen Anfangsbelastungen gefundenen Abweichungen in der oben beschriebenen Weise als Fehler erklärt, dass der piezoelektrische Modul des Turmalin δ_{33} bei — 192° um höchstens 2% grösser ist als bei + 19,0°; sie lassen es wahrscheinlich erscheinen, dass die gefundenen Änderungen Versuchsfehler sind, da die oben beschriebene Fehlerquelle einseitig danach strebt, den Wert des piezoelektrischen Modul zu vergrössern.

Schliesslich wurde noch unter denselben oben beschriebenen Umständen eine absolute Messung des piezoelektrischen Modul vorgenommen. Vermittelst eines Plattenkondensators mit zwischengelegten Quarzstückchen, dessen Kapazität zu 22,96 cm berechnet wurde, ergab sich die Kapazität des geladenen Systems zu 83,3 cm. Der Querschnitt des Turmalin wurde

durch Längenmessung und Wägung in Luft und Wasser ermittelt. Die piezoelektrische Konstante wurde dann in guter Übereinstimmung mit dem Werte von J. und P. Curie zu $-5{,}3 \times 10^{-8}$ C.G.S. ermittelt.

II. Untersuchung der Dielektrizitätskonstante des Turmalin bei der Temperatur der flüssigen Luft.

Es lag nun noch die Möglichkeit vor, dass durch eine Änderung der Dielektrizitätskonstante des Turmalin bei der Abkühlung des Kristalls auf die Temperatur der flüssigen Luft und eine daraus entspringende Kapazitätsänderung eine Änderung der durch ein bestimmtes Gewicht entwickelten Elektrizitätsmenge verdeckt wurde; eine solche Änderung der Dielektrizitätskonstante hätte schon sehr beträchtlich sein müssen, um sich bemerkbar zu machen; die belegten Flächen des Turmalins waren 0,77 qcm gross und ihr Abstand 25 mm, die Kapazität des Turmalins war also nur wenige Prozent der Gesamtkapazität des bei der Messung geladenen Systems (Elektrometer + Zuleitungen + Kristall). Die Dielektrizitätskonstante wurde untersucht nach der Drude'schen Methode.[1]) Es wurde eine kreisförmige Turmalinplatte von 5 mm Durchmesser und 3 mm Dicke senkrecht zur Axe geschliffen, die zwischen die 3 mm im Durchmesser haltenden Platten eines Kondensators geklemmt wurden. Dieser befand sich in einem Hartgummigefäss, das verschlossen werden konnte. Die Kondensatorplatten waren mit den Drähten einer posaunenartigen Vorrichtung verbunden, in der elektrische Wellen erzeugt wurden. Die Länge dieser Wellen wurde gemessen, während der Kondensator mit der Vorrichtung verbunden war und dann während er kurzgeschlossen war; dasselbe wurde

[1]) P. Drude, Wied. Ann. 55, pag. 653. 1895. Wied. Ann. 61, pag. 466. 1897.

wiederholt, während das Gefäss in flüssige Luft tauchte. Geaicht wurde die Vorrichtung durch Füllung des Kondensators mit Luft und Paraffin. Eine Änderung der Dielektrizitätskonstante des Turmalin bei Abkühlung mit flüssiger Luft wurde nicht gefunden, trotzdem eine solche von 10% der Beobachtung nicht hätte entgehen können. Aus dem oben angeführten Grunde wurde auf eine Vergrösserung der Versuchsgenauigkeit bei der Messung der Dielektrizitätskonstante verzichtet.

III. Messung des Elastizitätsmodul des Turmalin bei der Temperatur der flüssigen Luft.

Die piezoelektrischen Versuche ergaben also die Konstanz des piezoelektrischen Moduls: gleiche Drucke erzeugen an demselben Kristall bei Zimmertemperatur und bei — 192° gleiche elektrische Momente. Um auch die weitere Frage zu entscheiden, ob auch gleiche Deformationen desselben Kristalls gleiche elektrische Momente bei beiden genannten Temperaturen erzeugen (d. h. ob auch die Voigt'sche piezoelektrische Konstante die gleiche ist), musste noch untersucht werden, ob auch die Elastizitätsverhältnisse des Kristalls bei der tiefen Temperatur die gleichen sind, wie bei Zimmertemperatur.

In der Voigt'schen Theorie der Piezoelektrizität drückt sich dieser Sachverhalt folgendermassen aus:

Der piezoelektrische Modul des Turmalin ist gegeben durch die oben erwähnte Beziehung $\delta_{33} = 2\,\varepsilon_{31}\,s_{31} + \varepsilon_{33}\,s_{33}$. ε_{33} und s_{33} sind hierbei piezoelektrische Konstante und Elastizitätsmodul in der Richtung der dreizähligen Axe; in dieser Richtung fand bei den piezoelektrischen Versuchen auch die Belastung statt; diese beiden Faktoren drücken also den Teil des elektrischen Momentes aus, der durch die Deformation in

der Richtung dieser Axe erzeugt wird; ε_{31} und s_{31} fügen dazu noch einen Teil hinzu, der durch die Wirkung der Kräfte der Querkontraktion erzeugt wird. Betrachten wir die Zahlenwerte dieser Faktoren nach den Angaben von Voigt,[1]) so ergibt sich:

$$\varepsilon_{33} = -9{,}43 \times 10^4 \qquad \varepsilon_{31} = -3{,}03 \times 10^4 \text{ (C.G.S.)}$$
$$s_{33} = 6{,}124 \times 10^{-7} \qquad s_{31} = -0{,}16 \times 10^{-7}$$

Es ist bei den Angaben von s als Druckeinheit das Kilogrammgewicht pro Quadratzentimeter benutzt; um sie auf gleiche Einheiten mit den ε zu bringen, muss man als Druckeinheit die Dyne pro Quadratzentimeter einführen, also durch $9{,}81 \times 10^5$ dividieren, dann ist:

$$s_{33} = 0{,}624 \times 10^{-12} \qquad s_{31} = 0{,}0163 \times 10^{-12} \text{ (C.G.S.)}$$

Setzt man diese Zahlenwerte in die Gleichung ein, so erhält man:

$$\delta_{33} = 0{,}098 \times 10^{-8} - 5{,}88 \times 10^{-8} - 5{,}78 \times 10^{-8} \text{ (C.G.S.)}$$

Der auf die Wirkung der Querkontraktion entfallende Teil des Ausdruckes ist also 1,7 % des Ganzen. Das ganze erste Glied kann also dem Zweiten gegenüber vernachlässigt werden, wenn es sich, wie hier, nur um die Messung von Temperaturkoeffizienten handelt, da ein selbst sehr beträchtlicher Temperaturkoeffizient des ersten Gliedes auf den Temperaturkoeffizienten von δ_{33} nur einen Einfluss unterhalb der Messfehlergrenze hervorruft. Es bleibt also $\delta_{33} = \varepsilon_{33} s_{33}$; die Konstanz von δ_{33} ist gemessen, es muss also das Verhalten von s_{33} untersucht werden, um die Frage zu beantworten, ob auch ε_{33} konstant ist.

Für den Quarz ist die Untersuchung dieser Frage nicht in einfacher Weise möglich, da in der für ihn geltenden Beziehung $\delta_{11} = (s_{11} - s_{12})\ \varepsilon_{11} + \varepsilon_{14}\ s_{14}$ beide Glieder von gleicher Grössenordnung sind; es wurde daher die elastische Untersuchung des Quarz unterlassen.

---

[1]) W. Voigt, Wied. Ann. 66, pag. 1030. 1898.

Die Elastizitätsmoduln von Kristallen nach den verschiedenen Richtungen wurden zuerst von Baumgarten[1]) auf Anregung von F. Neumann durch Biegung eines Stäbchens untersucht. Er schnitt aus dem Kristall eine möglichst lange und dünne Platte, legte sie auf zwei Schneiden in der Nähe der Enden auf und belastete sie in der Mitte mit einem Gewicht. Es entsteht alsdann eine Durchbiegung der Platte, von der er den „Biegungspfeil" mass, d. h. die Entfernung des Mittelpunktes der Plattenoberfläche in durchgebogenem Zustande von dem Orte dieses Punktes in unbelastetem Zustande. Er übertrug die Bewegung der Plattenmitte auf einen kleinen Spiegel, dessen Drehung er mit Fernrohr und Skala mass. Aus dieser Messung kann der Elastizitätsmodul in der Längsrichtung der Platte bestimmt werden; es ist nämlich

$$E = \frac{P \cdot L^3}{4 \cdot B \cdot D^3 \cdot \eta}$$

wenn η der Biegungspfeil ist, B die Breite, L die Länge, D die Dicke der Platte und P die Belastung. E ist dann der Dehnungskoeffizient der Platte, dessen reciproker Wert der Elastizitätsmodul ist. Voigt[2]) verbesserte den von Baumgarten benutzten Apparat und bestimmte die Moduln für einen grünen brasilianischen Turmalin.[3]) Koch[4]) arbeitete eine Methode aus, um den Biegungspfeil nach Lichtwellenlängen auszumessen. Er erzeugte zwischen der Kristallplatte und einer darüber befindlichen Glasplatte Interferenzstreifen, die bei der Durchbiegung des Stäbchens durch das Gesichtsfeld hindurchwanderten.

Die im Folgenden beschriebenen Versuche wurden gleichfalls durch Messung der Interferenzstreifen ausgeführt, jedoch

---

[1]) G. Baumgarten, Pogg. Ann. 152, pag. 369, 1874.
[2]) W. Voigt, Wied. Ann. 31, pag. 476. 1887.
[3]) W. Voigt, Wied. Ann. 41, pag. 712. 1890.
[4]) K. R. Koch, Ann. d. Phys. 5, p. 251. 1878.

bedingte die Abkühlung des Apparates mit flüssiger Luft eine Änderung der Versuchsanordnung.

A. Der Biegungsapparat.[1])

Da der Durchbiegungsapparat in flüssige Luft eingetaucht werden musste, war es notwendig, ihn möglichst kompendiös zu bauen; er war eingeschlossen in ein zylindrisches Gefäss von 57 mm Durchmesser und 75 mm Höhe. Dieses Gefäss bestand aus einem Deckel *a* (Fig. 6) aus starkem Messing, der der Träger des ganzen Apparates war, und einer auf diesen aufzuschraubenden Kapsel, die lediglich als äussere Hülle den Apparat umschloss und von der flüssigen Luft trennte. Der Deckel *a* war befestigt an einem ca. 150 mm langen Messingrohr *b* von 20 mm Weite. Der Apparat war hängend montiert an der Stahlsäule des Abbe-Fizeau'schen Dilatometers.[2]) Zu diesem Zwecke trug der Arm desselben einen Messingansatz *c*, dessen oberer, cylindrischer Ansatz den Arm durchbohrt; der darauf von oben folgende Flansch ist mit vier Schrauben befestigt. An der Unterseite des Ansatzes befindet sich eingeschraubt ein kurzes Stück Rohr *d*, das innen konisch geschliffen ist. Ein gleiches Rohr *d* ist oben auf dem Rohr *b* befestigt. Zwischen den Stücken *d* befindet sich ein ca. 16 cm langes, 20 mm weites Porzellanrohr *e*, dessen Enden in die Konusse *d* eingeschliffen sind. Man sieht also von oben durch den Ansatzkopf durch ein durchwegs 20 mm weites Rohr bis in die Kapsel des Apparates. Die Konusse *d* tragen zwei Sterne, die durch drei Neusilberstangen verbunden sind; durch Schraubenmuttern können die Konusse gegeneinandergedrückt und so auf das Porzellanrohr gepresst werden.

---

[1]) Der Apparat wurde von dem Institutsmechaniker Herrn Magnussen angefertigt.

[2]) Beschreibung des Dilatometers: Pulfrich, Zeitsch. f. Instr. 13, pag. 365. 1893.

Durch Hartgummimuffen und -unterlagsscheiben sind die Neusilberstangen von den Messingteilen getrennt. Der Deckel *a* trägt vier Stahlsäulen *f*, die Gewinde tragen, von denen zwei in der Figur sichtbar sind. Auf diesen Stahlsäulen ist mit acht Schraubenmuttern eine starke, sorgfältig plan geschliffene Stahlplatte *g* befestigt, in die etwas exzentrisch ein breiter Schlitz eingeschnitten ist. Auf der Platte steht der Biegungsapparat: ein Stahltischchen *i* (wird noch näher beschrieben), auf dem auf Schneiden die Turmalinplatte *k* liegt. Quer über diesem Belastungstischchen, das man in der Figur von der schmalen Seite her sieht, steht ein zweites Tischchen *l*, das im Längsschnitt gezeichnet ist, das „Interferenztischchen". Es besteht aus einer schmalen Stahlplatte, die von drei sehr genau geschnittenen Schrauben von 0,2 mm Ganzhöhe und 25 mm Länge durchbohrt ist; sie sind hintereinander aus einem Stück Stahl geschnitten, um möglichst homogenes Material zu erhalten und sind unten durchbohrt, um sie mit einem durchgesteckten Stift drehen zu können. In der Mitte ist die Platte durchbohrt und trägt darüber eingelassen die Glasplatte *m*, die zur Erzeugung der Interferenzstreifen dient. Neben dieser Glasplatte sieht man einen Schlitz eingeschnitten, um einen andern Apparatteil hindurchzulassen. Quer über die Turmalinplatte liegt die mittlere Belastungsschneide; sie ist an einem Bügel *n* befestigt, der unten, durch das Belastungstischchen hindurchhängend, einen Haken trägt. Auf diesen Haken wird vermittelst eines dreifach durchbohrten Zwischenstückes die Wagschale *o* gehängt. Die Arretierung der Wagschale besteht aus einem Messingstab *p*, der durch die mittelste, weite Bohrung des Zwischenstückes hindurchragt. Rechts ist an zwei der Stahlsäulen ein kleines Gestell befestigt, an dem *p* zwischen zwei Stahlspitzen drehbar angebracht ist. Am anderen Ende des Stäbchens ist ein kleines Gewicht *q* mit einem dünnen federnden Stahldraht, der in *r* eine ganz kleine Klemm-

schraube trägt. Dieser Draht ragt durch die Grundplatte *g* und das Interferenztischchen hindurch und befindet sich dicht neben dem Belastungstischchen. In *r* ist ein in der Figur nicht gezeichneter Kupferdraht befestigt; wird dieser Draht nach oben gezogen, so dreht sich der Stab *p* etwas und hebt die Wagschale von dem Belastungsbügel ab; beim Nachlassen des Drahtes wird der Kristall belastet. Der Draht ist, um den Wärmetransport möglichst zu verhindern, nur 0,1 mm stark und befindet sich dicht neben der Wandung der Röhre, in der er bis zum oberen Befestigungskopf führt. Hier befindet sich die Bewegungsvorrichtung für die Arretierung; diese (nur schematisch gezeichnet) besteht aus einem Schneckengetriebe, dessen Übersetzung sehr gross ist, so dass sich der daran befestigte Hebel *s* bei einer ganzen Drehung der Schraubentrommel *t* noch kaum sichtbar bewegt. Dieser Hebel ist so gebogen, dass er sich in dem grösseren Hohlraum über dem Konus *d* befindet, ohne beim Durchblicken durch die Röhre sichtbar zu sein; nur die Spitze ragt über die Röhrenwandung heraus und trägt den Draht der Arretierung. Die Axe, die den Hebel trägt und die natürlich die Wandung des Apparates durchsetzt, ist konisch geschliffen und eingesetzt wie ein Hahn. Die oberste Öffnung des Ansatzes ist verschlossen durch ein eingekittetes dickes Glas *u*; seitlich angesetzt befindet sich ein Hahn. Auf dem Boden der Verschlusskapsel befand sich ein ringförmiges, aus Paraffin hergestelltes Gefäss, das zur Trocknung des Apparates mit Phosphorpentoxyd gefüllt wurde.

Belastungstischchen.

Das Belastungstischchen (Fig. 7) war ganz aus Stahl gearbeitet. Es bestand aus einer Platte von $53 \times 20 \times 3$ mm, die in der Mitte ein Loch hat, um den Belastungsbügel hindurchzulassen. Auf dieser Platte, die genau parallelepipedisch geschliffen war, befanden sich zwei verschiebbare Schlitten *a a*,

die die Lagerschneiden trugen *(b b)*. Die Schlitten können an jeder Stelle des Tischchens festgeklemmt werden durch vier Schrauben *c c*. Die Lagerschneiden haben die in der Figur zu erkennende eigentümliche Form, um die Länge der freiliegenden durchgebogenen Turmalinplatte möglichst gross zu erhalten, diese war denn auch nur 7 mm kleiner als der Durchmesser der Verschlusskapsel. Der über den unteren, klotzförmigen Teil der Schneide hervorragende Teil ist nach der Innenseite des Tisches senkrecht abfallend, nach aussen fast wagrecht geschliffen, jedoch so, dass die Platte lediglich auf der inneren Kante ruht. Durch die entstehende Kante ist die Länge der freiliegenden Platte sehr genau definiert und messbar und durch den grossen Winkel der Schneide eine Beschädigung der Platte ausgeschlossen. Die eine Schneide ist nur mit einer Schraube befestigt und um diese vertikale Axe drehbar; die andere kann um eine horizontale Axe, die senkrecht zur Schneidenrichtung steht, gedreht werden, dadurch, dass ihr Schlitten zwei Stellschrauben hat (in der Figur nicht sichtbar), die auf die Tischplatte drücken. Die Füsse des Tischchens bestehen aus drei sehr genau geschnittenen Schrauben, die hintereinander aus einem Stahlstück geschnitten sind.

Die Prüfung des Parallelismus der Schneiden geschah zuerst durch Aufdrücken auf eine berusste Glasplatte und nach Drehung des Belastungstischchens um seine Vertikalaxe um 180° wiederholtes Aufdrücken. Durch Drehen der einen Schneide um die vertikale Axe wurde erreicht, dass die zwei Paare von Strichen, welche entstanden, sämtlich parallel waren. Das genaue Aufliegen der Platte auf den Schneiden wurde geprüft durch Anklopfen der Platte auf den Schneiden mit einem Bleistift; bei nicht ganz genauem Aufliegen der Platte hört man ein deutlich klirrendes Geräusch, andernfalls nur ein dumpfes Aufschlagen; die Einstellung erfolgte durch Drehung der Schneide um die horizontale Axe; beide Methoden sind sehr empfindlich.

Material.

Als Untersuchungsmaterial stand eine Turmalinplatte zur Verfügung, die parallel zur optischen Axe aus einem ganz klaren, sprungfreien, brasilianischen Turmalin geschliffen war. Sie war grasgrün und fast ganz gleichmässig gefärbt; ihre Länge war 52,8 mm; die Längsrichtung war parallel der optischen Axe; Breite und Dicke wurden, da sie später noch erwähnt werden sollen, mit dem Sphaerometer genau bestimmt; es war: Breite 5,37 mm und Dicke 0,956 mm.

Es wurde versucht, die Platte genau planparallel zu schleifen, es stellte sich dies aber als eine Unmöglichkeit heraus, erstens wegen der ungünstigen, schmallangen Form und zweitens wegen der geringen Dicke der Platte, durch die beim Herunternehmen von der Schleiffassung sich immer Spannungen einstellten. Die Firma Dr. Steeg & Reuter, die den Schliff besorgte, brachte es nach längeren Versuchen dazu, die Flächen annähernd plan zu schleifen. Bei Erzeugung von Interferenzstreifen zwischen den beiden Flächen erschien die Platte von ca. 15 parallel der Längskante verlaufende Streifen durchzogen, sie war also schwach keilförmig; doch wurden dadurch bei der erreichten Genauigkeit merkbare Fehler nicht hervorgerufen.

Zusammensetzung und Justierung des Apparates.

Die Beobachtung geschah, wie schon erwähnt, mit Hilfe des Fizeau-Abbe'schen Dilatometers. Beleuchtet wurde mit einer Geisslerröhre mit Wasserstoff-Quecksilberfüllung. Das Licht wurde durch die beiden Prismen des Dilatometers zerlegt und zur Beobachtung das grüne Quecksilberlicht verwendet. Dieses genügend homogene Licht drang durch das Verschlussglas *u* in den Apparat und wurde teilweise von der Unterseite des Gläschens *m*, teilweise von der Turmalinoberfläche reflektiert, wobei dann die Interferenzstreifen entstehen. Das reflektierte Licht verliess den Apparat auf dem-

selben Wege durch das Verschlussglas und gelangte durch das Beobachtungsfernrohr zum Auge. Das Gläschen *m* war, um den schädlichen Reflex an seiner Oberfläche zu beseitigen, als Keil von 20′ geschliffen, die hierdurch bewirkte Ablenkung wurde dadurch kompensiert, dass das Verschlussglas ebenfalls als Keil von 20′ geschliffen war und die brechenden Kanten nach entgegengesetzten Seiten gerichtet wurden; ausserdem war das Verschlussglas ein wenig schief eingekittet, um an ihm Reflexe zu beseitigen. Als Belastungsschneide wurde anfangs (in Fig. 6 gezeichnet) eine 2 mm breite Stahlschneide genommen. Dann wurde diese besser ersetzt durch einen 0,2 mm dicken, harten Neusilberdraht, der straff über den Belastungsbügel gespannt wurde; er war im Beobachtungsfernrohr als feiner vertikaler Strich sichtbar und diente als Beobachtungsmarke; eine zweite Marke lieferte ein feiner Draht, der im rechten Winkel zum ersten an der Unterseite des Interferenztischchens dicht unter der Glasplatte *m* gespannt und im Beobachtungsfernrohr als horizontaler Strich sichtbar war. Die beiden Drähte lieferten ein Fadenkreuz dicht über der Turmalinplatte. Beobachtet wurde die beim Belasten auftretende Streifenverschiebung gegen den durch das Kreuz bezeichneten Punkt. Ein Fadenkreuz im Beobachtungsfernrohr hätte sich durch eine Verschiebung des ganzen Apparates beim Abkühlen relativ zur Turmalinplatte verschieben können, so dass man bei tiefer Temperatur den Biegungspfeil an einer anderen Stelle der Turmalinplatte gemessen hätte, als bei Zimmertemperatur. Auch hätte sich der Apparat durch das Belasten der Platte relativ zum Beobachtungsfernrohr verschieben können.

Diesbezügliche Versuche ergaben allerdings, dass diese beiden Störungen tatsächlich nicht vorhanden waren.

Es ist notwendig, dass die Belastung der Platten genau in der Mitte geschieht. Dazu wurde ein Stückchen des Be-

lastungstisches, das neben der Turmalinplatte im Gesichtsfeld sichtbar war, hochpoliert und darauf ein Strich geritzt; dann wurden die Schneiden auf der Teilmaschine genau gleich weit von diesem Strich befestigt und der Belastungsbügel im Gesichtsfeld mit dem Strich zusammenfallend justiert. Es stellte sich jedoch heraus, dass auch ohne diese Massregel eine genaue Justierung auf folgende Weise möglich war:

Bei belastetem Turmalin war das Gesichtsfeld durchzogen von senkrechten, dem Belastungsbügel parallelen Streifen; bei der immerhin beträchtlichen, durch das angewandte Gewicht hervorgerufenen Durchbiegung war der Abstand der Streifen voneinander nicht überall gleich, infolge der verschiedenen Neigung der elastischen Linie gegen das Deckgläschen an den verschiedenen Punkten. Am breitesten war der Streifenabstand in der Mitte, am schmalsten nach den beiden Enden zu; war der Bügel nun in der Mitte, so war das Streifenbild symmetrisch zum Bügel; beim Belasten und Entlasten entstanden die schwarzen Streifen im Bügel und wanderten gleichmässig nach beiden Seiten resp. sie wanderten zu ihm hin und verschwanden in ihm. Man brauchte also nur den Bügel so zu justieren, dass das Streifenbild in dieser Weise symmetrisch war, dann war der Bügel in der Mitte zwischen den Schneiden. Es möge erwähnt werden, dass die Turmalinplatte zwischen zwei Versuchsreihen mit der anderen Fläche auf die Schneiden gelegt, die Biegung also in beiden Richtungen untersucht wurde.

War der Apparat justiert, so wurde die Verschlusskapsel aufgeschraubt, wobei das Gewinde mit dem bereits früher benutzten (s. S. 11) Konsistenzfett geschmiert wurde; er war alsdann vollkommen dicht und konnte mit einer zweistiefeligen Kolbenluftpumpe durch den oben befindlichen Hahn ausgepumpt werden. Dann wurde durch einen an der Luftpumpe befindlichen Dreiweghahn wieder Luft eingelassen, die durch Kalilauge, Schwefelsäure und Phosphorpentoxyd gestrichen war,

um Wasserdampf und Kohlensäure zu absorbieren; dieser Vorgang wurde mehrere Male wiederholt; etwaige Reste von Feuchtigkeit wurden von dem unten im Apparat befindlichen Phosphorpentoxyd absorbiert. Beim Kühlen mit flüssiger Luft wurde der Dreiweghahn nach der Trockenvorrichtung zu geöffnet. Das im Apparat entstehende Vakuum konnte sich dann durch Ansaugen von Luft ausgleichen, so dass bei hoher und tiefer Temperatur im Apparat gleicher Druck, nämlich Atmosphärendruck vorhanden war. Es wurde niemals ein Feuchtigkeitsniederschlag beobachtet. Die Dichtung gegen flüssige Luft wurde wieder durch dickes Bestreichen der Verschlussfuge mit Konsistenzfett hergestellt; diese Dichtung ist auch, als probeweise mit Luftverdünnung im Apparat beobachtet wurde, durchaus zuverlässig gewesen.

B. Beobachtungsmethode.

Es wurde anfangs das Interferenzbild, wie schon erwähnt, direkt zwischen der Turmalinoberfläche und dem Deckglas hergestellt. Diese Anordnung hat ihre Vorzüge und Nachteile. Die Messungen am Dilatometer sind vom Konstrukteur in der Weise beabsichtigt, dass vor der Deformation die Abstände eines Streifens von einer festen Marke vermittelst eines verschiebbaren Okularmikrometers gemessen werden; man zählt sodann die an der Marke vorbeiwandernden Streifen und misst nach der Deformation wieder mit dem Okularmikrometer. Hiefür ist es notwendig, dass die Streifen scharf begrenzt, gerade und senkrecht im Gesichtsfeld sind und sich parallel mit sich selbst verschieben. Die später zu erwähnenden absoluten Messungen sind teilweise zur Kontrolle in dieser Weise ausgeführt worden; für die Messungen mit flüssiger Luft war es jedoch von vornherein klar, dass eine Anwendung dieses Verfahrens nicht möglich war, denn man kann die Teile des Apparates nicht aus so gleichmässigem Material herstellen,

dass nicht bei einer Abkühlung von über 200° eine Drehung der Streifen erfolgt; diese rührt von ungleichmässiger Zusammenziehung der Schrauben des Interferenztisches her. Wenn diese Drehung auch klein war, nur ca. 20—30°, so kann man sie doch nicht nach der von Pulfrich[1]) angegebenen Methode (Drehung des Tisches um seine Axe) kompensieren, weil das Interferenztischchen bei unserer Anordnung nicht rund, sondern lang war und quer über dem Belastungstisch stand. Diese Drehung der Streifen ist übrigens nur der Ausmessung mit dem Mikrometer schädlich; beschränkt man sich auf das Abzählen der an der Marke vorbeigewanderten Streifen und Schätzen der Zehntel, so ist sowohl Richtung der Streifen, wie Richtung des Vorbeiwanderns gleichgültig, denn lediglich die Zahl der vorbeigewanderten Streifen bedeutet die Senkung oder Hebung der beobachteten Stelle um dieselbe Zahl halber Wellenlängen.

Erzeugt man Interferenzstreifen zwischen dem an der Turmalinoberfläche und dem an der Deckglasunterseite reflektierten Licht, so bilden diese beiden Flächen einen Keil von kleinem Winkel miteinander. Macht man diesen Winkel immer kleiner, nähert also die Platten ihrer gegenseitigen Parallelität, so wird der Abstand der Interferenzstreifen voneinander immer grösser, wobei natürlich auch die Streifen selber breiter werden und an Schärfe verlieren. Bis zu einem Streifenabstand von ca. 280 Mikrometerteilen des Okularmikrometers waren die Streifen ganz gerade und hinreichend scharf; es war dies die günstigste Einstellung zur Schätzung der Bruchteile. Beim Belasten des Turmalins hatten durch die merkliche Durchbiegung, wie oben erwähnt, die Streifen einen verschiedenen Abstand: die dunklen Streifen selber waren in der Mitte des Gesichtsfeldes aus demselben, schon oben erwähnten Grunde, am breitesten und wurden nach den Enden des Gesichtsfeldes zu (es hatte die

[1]) C. Pulfrich, Z. f. Instr. 13, pag. 370. 1893.

Höhe der Turmalinbreite und die Länge von 20 mm) immer schmaler. Es könnte scheinen, als ob dadurch die Schätzung der Zehntel beeinflusst würde, es konnte aber durch Ausmessen konstatiert werden, dass der Schätzungsfehler den gewöhnlichen Schätzungsfehler nicht merklich überstieg.

Während der Abkühlung auf — 192° zeigte sich immer ein Schmalerwerden des Streifenabstandes; auf die Zehntelschätzung hatte dies einen nur geringen oder gar keinen Einfluss, da einem Schmalerwerden des Streifenabstandes ein Schärferwerden entsprach und das Fadenkreuz eine sehr scharfe Beobachtungsmarke darstellte; bei der Zählung der vorbeiwandernden Streifen während der Belastung übte dieses Bild vieler Streifen einen verwirrenden Einfluss aus, so dass eine gewisse Unsicherheit entstand. Es wurde daher die Zahl der ganzen Streifen auf andere sichere Weise festgestellt.

Verbreiterte man den Streifenabstand über die eben geschilderte Einstellung hinaus, so wurden die Streifen verwaschen; es macht sich der Einfluss der nicht vollkommen planen Turmalinoberfläche durch Verzerrung bemerkbar; bei der Belastung tritt eine starke Krümmung der Streifen ein, da sich hier die Ausbildung einer Sattelfläche durch die Querkontraktion geltend macht und schliesslich kann man es dahin bringen, dass man nur entweder einen hellen oder einen schwarzen Fleck sieht. Maxima und Minima der Beleuchtung folgten so weit aufeinander, dass selbst bei der Abkühlung nach dem Schmalerwerden noch eine sehr grosse Streifenbreite vorhanden war. Dies war für die Auszählung der vorbeigewanderten ganzen Streifen sehr günstig, so dass sie ganz sicher war, während die Schätzung der Zehntel unsicher war.

Schliesslich wurde noch eine dritte Beobachtungsmethode angewandt. Auf den Turmalin wurde ein winziges Messingtischchen mit drei Füssen aufgesetzt, gerade so hoch, um über den Belastungsbügel gesetzt werden zu können, ohne diesen

zu berühren. Auf ihm lag ein 5 mm dickes rundes Gläschen von 6 mm Durchmesser, welches vorzüglich plan geschliffen war. Zwischen der Oberfläche dieses Gläschens und der Deckglasunterseite wurde die Interferenz hergestellt. Auf diese Weise liessen sich gerade Interferenzstreifen von sehr grossem Abstand und scharf herstellen, welche auch bei -192^0 eine sichere Auszählung, sowie in jedem Falle eine überaus sichere Zehntelschätzung gestatteten.

Die Versuche wurden in folgender Weise angestellt: Nach Justierung des Apparates wurde wiederholt bei Zimmertemperatur der Biegungspfeil gemessen. Nach Einfüllen der flüssigen Luft trat eine starke Schlierenbildung im Gesichtsfelde ein, die nach ungefähr 45 Min. aufhörte, so dass das Gesichtsfeld wieder ganz klar war. Der Apparat war dann auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt; dies war daran zu erkennen, dass keine weitere Streifenverschiebung auftrat. Dann wurde der Biegungspfeil durch wiederholte Belastungen bestimmt, die über den Zeitraum von einer Stunde verteilt wurden. Nach dem Wiedererwärmen des Apparates wurde wiederum der Biegungspfeil bestimmt, um sich zu überzeugen, dass an der Einstellung sich nichts geändert hatte.

Versuchsergebnisse.

Die Änderung des Biegungspfeils bei der Abkühlung auf -192^0 wurde bestimmt für eine Belastung von 48,0 g. Eine dauernde Belastung war nur durch den Belastungsbügel vorhanden, dessen Gewicht nur 0,2 g war.

Messungen ohne auf den Turmalin aufgelegte Glasplatte.

Es ergab sich, dass der Biegungspfeil bei $+20^0$ im Mittel 72,5 Streifen war, bei -192^0 im Mittel 71,0 Streifen; die Änderung bei der Abkühlung um 212^0 betrug also im Mittel 1,5 Streifen.

Es sei hier eine Versuchsreihe angeführt:

26. V. 06,	Vorm.	9	Uhr	30	Min.	Biegungspfeil 72,4	Streif
	„	9	„	45	„	„ 72,4	„
	„	11	„	30	„	„ 72,4	„
	Nachm.	5	„	40	„	„ 72,4	„
	„	5	„	45	„	mit flüssiger Luft gefüllt.	
	„	6	„	45	„	Biegungspfeil 71,0	Streif
	„	7	„	30	„	„ 71,0	„
27. V. 06,	Vorm.					„ 72,4	„

Von Versuchen nach dieser Methode waren zwei Ve
suchsreihen vorhanden. Es war bereits erwähnt, dass b
— 192° eine Unsicherheit der Zählung vorhanden war; die
erstreckte sich auf einen Streifen: es war zweifelhaft, ob d
Biegungspfeil 71,0 oder 72,0 Streifen betrug.

Zur Behebung dieses Zweifels diente die beschriebe
Einstellung mit übermässig verbreiterten Streifen:

11. VII. 06,	Vorm.	Biegungspfeil	72,9	Streifen
	Nachm.	„	72,9	„
	„	„	72,9	„
12. VII. 06,	Vorm.	„	72,9	„
	Nachm.	„	73,0	„

Füllung mit flüssiger Luft: 5 Uhr 40 Min.

6	Uhr	20	Min.	Biegungspfeil	71,3	Streifen	
6	„	30	„	„	71,3	„	
7	„	0	„	„	71,2	„	
7	„	15	„	„	71,2	„	
7	„	20	„	„	72,8	„	
13. VII. 06,	Vorm.			„	72,9	„	

Diese Versuchsreihe beweist, dass bei dem oben ang
führten Versuch für — 192° die Streifenzahl 71 richtig wa

Wegen der ungenauen Zehntelschätzung wurden die gemessenen Bruchteile von Streifen ausser Betracht gelassen; indessen stimmen sie mit den anderen Messungen genügend gut überein.

Messung mit aufgelegter Glasplatte.

Die Messung mit aufgelegter Glasplatte und dadurch bedingter genauer Ablesung ergab dasselbe Resultat, wie die bisherigen Messungen:

10. VII. 06	vor dem Kühlen	72,6 Streifen	$t = 20^0$
	gekühlt	71,0 „	
	wieder erwärmt im Mittel	72,53 „	

Verkleinerung des Biegungspfeils im Mittel 1,56 Streifen.

Das Ergebnis dieser Messungen ist also eine Verkleinerung des Biegungspfeils um im Mittel 1,53 Streifen oder 2,1 % durch die Abkühlung auf — 192°.

Es muss jetzt noch betrachtet werden, welchen Änderungen der Biegungspfeil durch die sekundären Einflüsse der Abkühlung mit flüssiger Luft unterworfen ist, also die Korrektionen, welche an dem gewonnenen Resultate anzubringen sind.

Änderung der Wellenlänge des grünen Quecksilberlichtes mit der Temperatur durch die Änderung des Brechungsexponenten der Luft.

Durch die Abkühlung vergrössert sich der Brechungsexponent der Luft, folglich verkleinert sich die Wellenlänge; die Anzahl der Halbwellen, d. h. der Streifen, wächst also. Die Rechnung geschah nach dem Satz vom konstanten Brechungsvermögen, nach dem $\frac{n-1}{d} = \text{const.}$ ist. d, die Dichte der Luft wird bei — 190° ca. 3,5 bezogen auf die Dichte bei 20°; n_{20} wurde angenommen zu 1,00028. Es ist dann

$$\frac{(1{,}00098 - 1)}{3{,}5} = \frac{(1{,}00028 - 1)}{1}$$

Die Vergrösserung der Streifenzahl beträgt also $\frac{1{,}00098}{1{,}00028}$ oder 0,7 pro mille; bei einem Biegungspfeil von 75 Streifen beträgt diese Differenz 0,05 Streifen, liegt also unterhalb der Beobachtungsgenauigkeit.

Änderung der Dimensionen durch Temperaturänderung.

Durch die Abkühlung werden der Schneidenabstand, die Dicke der Turmalinplatte und ihre Breite verkleinert, wodurch eine Verkleinerung bezw. Vergrösserung des Biegungspfeils veranlasst wird. Diese Korrekturen können nur als annähernde Überschlagrechnungen gelten, da für Stahl und Turmalin die Ausdehnungskoeffizienten für die in Betracht kommenden Temperaturen nicht bekannt sind, was notwendig wäre.

Da der Belastungstisch aus Stahl war, verringert sich der Schneidenabstand um $0{,}000011 \times t = 0{,}0023$ für 210° Temperaturdifferenz. Dadurch verringert sich der Biegungspfeil um 0,0069, da die Länge der gebogenen Platte in dem Ausdruck für den Biegungspfeil in der dritten Potenz vorkommt. Der Biegungspfeil von 75 Streifen verkleinert sich also um 0,52 Streifen.

Setzt man für den Ausdehnungskoeffizienten des Turmalin senkrecht zur Axe 0,000003, den von Fizeau gemessenen Wert, so erhält man die Verkleinerung in Dicke und Breite durch Multiplikation der Dimensionen mit 1,00063 für 210° Temperaturdifferenz.

Die Vergrösserung des Biegungspfeils durch Schmalerwerden beträgt dann 0,063 % oder 0,047 Streifen. Die Vergrösserung des Biegungspfeils durch Dünnerwerden der Platte beträgt 0,189 % oder 0,14 Streifen.

Diese vier Korrektionen ergeben insgesamt einen Abzug von 0,28 Streifen oder 0,35 % von der gemessenen Änderung des Biegungspfeils, so dass nach der Anbringung der Korrek-

tionen die Änderung des Elastizitätsmodul von 20° bis — 192° 1,75 % beträgt.

Es bleibt jetzt noch die Betrachtung eines Einflusses übrig:

Änderung der Schneideneindrückung.

Bei der Belastung und Durchbiegung des Kristalls ist nicht die ganze gemessene Senkung der beobachteten Kristalloberfläche der Durchbiegung der Platte zuzuschreiben, sondern ein Bruchteil von ihr ist veranlasst durch eine Eindrückung der Lagerschneiden und ein Zusammendrücken der Turmalinplatte an der Auflagestelle auf den Schneiden. Voigt hat bei seinen Messungen des Elastizitätsmoduls diese recht schwierig zu bestimmende Grösse auf verschiedene Methoden untersucht und fand sie nicht über 2 % der Gesamtsenkung. Es war nicht zu erwarten, dass die Änderung des Elastizitätsmoduls des Stahls bei der Abkühlung mit flüssiger Luft eine das Resultat beeinflussende Änderung der Schneideneindrückung hervorrufen konnte, da aber durch den benutzten Apparat in bequemer Weise die Möglichkeit vorhanden war, wurde der Elastizitätsmodul des Stahl bei der Temperatur der flüssigen Luft untersucht.

Untersucht wurde eine Platte von 1,005 mm Dicke und 6,197 mm Breite; sie war aus bestem gewalzten Stahl geschnitten und war poliert, bis ihr Reflexionsvermögen ungefähr gleich dem des Glases war. Wurden dann zwischen der Stahloberfläche und dem Deckglas Interferenzstreifen hergestellt, so waren diese immer gekrümmt und für die Untersuchung schlecht brauchbar. Es ist bekanntlich sehr schwierig, eine Stahlfläche optisch plan zu polieren, besonders ein so dünnes Stück, das eine so ungünstige Form besitzt. Es wurde daher, wie auch bei der einen Beobachtungsmethode am Turmalin, ein kleines Plangläschen in der gleichen Weise auf die Platte aufgelegt. Dass dieses das Resultat nicht beeinflusst, war am Turmalin bewiesen.

Es möge eine Versuchsreihe folgen:

21. VI. 06, Nachm.	Biegungspfeil	45,5	Streifen
22. VI. 06, Vorm.	„	45,5	„
Nachm. 6 Uhr 30 Min.	„	45,5	„
6 Uhr 45 Min. wurde flüssige Luft eingefüllt			
7 Uhr 25 Min.	Biegungspfeil	43,5	Streifen
		43,4	„
8 Uhr 15 Min.	„	43,5	„
23. VI. 06, Vorm.	„	45,5	„

Die Verkleinerung des Biegungspfeiles beträgt 2,0 Streifen oder 4,4%.

Um die Änderung des Elastizitätsmodul zu erhalten, müssen die oben besprochenen Korrekturen angebracht werden. Die Korrekturen wegen Verringerung des Schneidenabstandes und wegen Dünerwerden der Platte eliminieren einander in diesem Falle. Nach Anbringung der beiden anderen Korrekturen ergibt sich die Änderung des Biegungspfeils zu 1,87 Streifen, die Änderung des Elastizitätsmodul zu 4,1%.

Die Änderung des Biegungspfeils beim Turmalin, hervorgerufen durch die Änderung der Schneideneindrückung, wäre also 0,06 Streifen oder 0,08% im Höchstfalle, eine Grösse, die unterhalb der Beobachtungsgrenze liegt. Es wird jedoch später gezeigt werden, dass die gesammte Schneideneindrückung höchst wahrscheinlich wesentlich kleiner als 2% war und damit auch diese Korrektur.

D. Absolute Messung des Elastizitätsmodul.

Die absolute Messung des Elastizitätsmoduls war für die vorliegende Arbeit selber nicht erforderlich; sie wurde jedoch auch ausgeführt, weil sie eine Kontrolle für die Versuchsresultate bot und ausserdem eine solche Messung bisher nur von Voigt[1]) ausgeführt war, so dass die Frage interessant

[1]) W. Voigt, Ann. d. Phys. 41, pag. 712. 1890.

schien, ob der Elastizitätsmodul für verschiedene Exemplare des grünen brasilianischen Turmalin gleich ist, da bei ihm andere Eigenschaften für verschiedene Exemplare nicht die gleichen sind.

Die Versuche wurden mit drei verschiedenen Belastungen ausgeführt: 48,0 g, 20,8 g und 10,8 g. Für 48,0 g Belastung wurden die Werte von vier vorhandenen Versuchsreihen verwertet, für die beiden anderen wurden die Beobachtungen mit Hilfe des Okularmikrometers ausgeführt, wodurch auch bei der kleinsten Belastung eine ungefähr gleiche Ablesegenauigkeit erreicht wurde, wie bei 48,0 g Belastung.

Versuche.

Belastung 48,0 g. $t = 19{,}0^{0}$. 16 Beobachtungen bei Zimmertemperatur aus vier Versuchsreihen (der Apparat war viermal vollkommen auseinandergenommen) ergaben für den Biegungspfeil 72,76 Streifen im Mittel. Grösste Differenz 0,8 Streifen.

Belastung 20,8 g. 14 Beobachtungen aus drei Versuchsreihen ergaben 31,91 Streifen im Mittel. Grösste Differenz 0,5 Streifen.

Belastung 10,8 g. 7 Beobachtungen aus einer Versuchsreihe an zwei Tagen ergaben 17,0 Streifen im Mittel. Grösste Differenz 0,053 Streifen.

Der Schneidenabstand wurde mit der Teilmaschine zu 50,04 mm bestimmt, die Dimensionen der Platte waren mit dem Sphärometer gemessen: Dicke 0,956 mm, Breite 5,37 mm.

Berechnet man für die drei Belastungen den Dehnungskoëffizient E, so erhält man:

Belastung	E
10,8 g	15 710 000
20,8 „	15 940 000
48,0 „	16 130 000

Der von Voigt gemessene Wert von E ist 16 330 000. Diese Werte sind alle zu klein gegen den von Voigt gemessenen Wert, das heisst, der gemessene Biegungspfeil ist zu gross; dabei wird der Fehler gegen den Voigt'schen Wert mit wachsender Belastung immer kleiner. Dies beides legt den Gedanken nahe, dass die Fehler überhaupt herrühren von der Schneideneindrückung, die in dem Voigt'schen Wert eliminiert ist. Das Kleinerwerden des Fehlers mit wachsender Belastung findet seine Erklärung: Die Belastungsschneiden sind zwar ganz scharf, aber von fast horizontaler Oberfläche. Drückt also die Platte die Schärfe der Schneide ein, so wird sie sehr bald auf einer wesentlich breiteren Unterlage ruhen, die fortschreitende Eindrückung also einen ausserordentlich fortschreitenden Widerstand finden. Berechnet man die Fehler der gemessenen Biegungspfeile gegen den aus dem Voigt'schen Wert für unsere Anordnung sich ergebenden, so findet man:

Belastung:	Fehler in Streifen:	Fehler in %:
10,8 g	0,65	3,8
20,8 g	0,77	2,4
48,0 g	0,89	1,23

Ist die Betrachtung richtig, so musste der Fehler bedeutend kleiner werden, wenn man der Berechnung von E nicht die beobachtete Streifenzahl für eine Belastung zu Grunde legt, sondern die Differenz der Streifenzahlen für zwei Belastungen mit verschiedenen Gewichten; innerhalb der ersten Belastung wäre die Schneideneindrückung fast abgelaufen. Nach unserer Tabelle müsste z. B. der Biegungspfeil für 20,8 — 48,0 g einen Fehler von 0,12 Streifen haben. Es ergeben sich die Werte: Belastung 27,2 g, Streifenzahl 40,86

$$E = 16\ 291\ 000.$$

Der so gefundene Wert für E unterscheidet sich von dem Voigt'schen nur um 0,24% oder 0,10 Streifen.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Der piezoelektrische Modul des Quarz ändert sich bei der Abkühlung von $+19^{\circ}$ auf -192° um weniger als 2% seines Wertes bei $+19^{\circ}$.
2. Der piezoelektrische Modul des Turmalin δ_{33} ist bei -192° um höchstens 2% grösser als bei $+19^{\circ}$; es ist wahrscheinlich, dass die gefundenen Änderungen bis 2% Versuchsfehler sind, da bei der benutzten Versuchsanordnung eine Fehlerquelle einseitig danach strebt, den piezoelektrischen Modul zu vergrössern.
3. Der Elastizitätsmodul s_{33} des Turmalin ist bei -192° um $1{,}75\%$ kleiner als bei $+19^{\circ}$.
4. Aus 2. und 3. folgt, dass die piezoelektrische Konstante nach der Definition von Voigt bei -192° um höchstens $3{,}75\%$ grösser ist als bei $+19^{\circ}$.
5. Der absolute Wert des Elastitätsmodul s_{33} des Turmalin wurde innerhalb der Messgenauigkeit dem von Voigt gemessenen Wert gleich gefunden, er ist also wahrscheinlich für den grünen brasilianischen Turmalin eine Konstante.
6. Unter der Voraussetzung der Gültigkeit des zweiten oben erwähnten Ansatzes für das elektrische Moment des Turmalin beweisen die Versuche das Fehlen wahrer Pyroelektrizität. Um diese Frage auch ohne diese Voraussetzung zu entscheiden, ist die Untersuchung der pyroelektrischen Erregung des Turmalin in Angriff genommen und wird demnächst beendet sein.

Lebenslauf.

Ich wurde geboren am 11. April 1882 in Berlin, besuchte dort das Kgl. Wilhelmsgymnasium, an dem ich das Absolutorialzeugnis erwarb. Dann widmete ich mich fünf Semester dem Studium des Maschinenbaufaches an der Technischen Hochschule zu Charlottenburg-Berlin; darauf beschäftigte ich mich an der Universität München mit dem Studium der Physik.

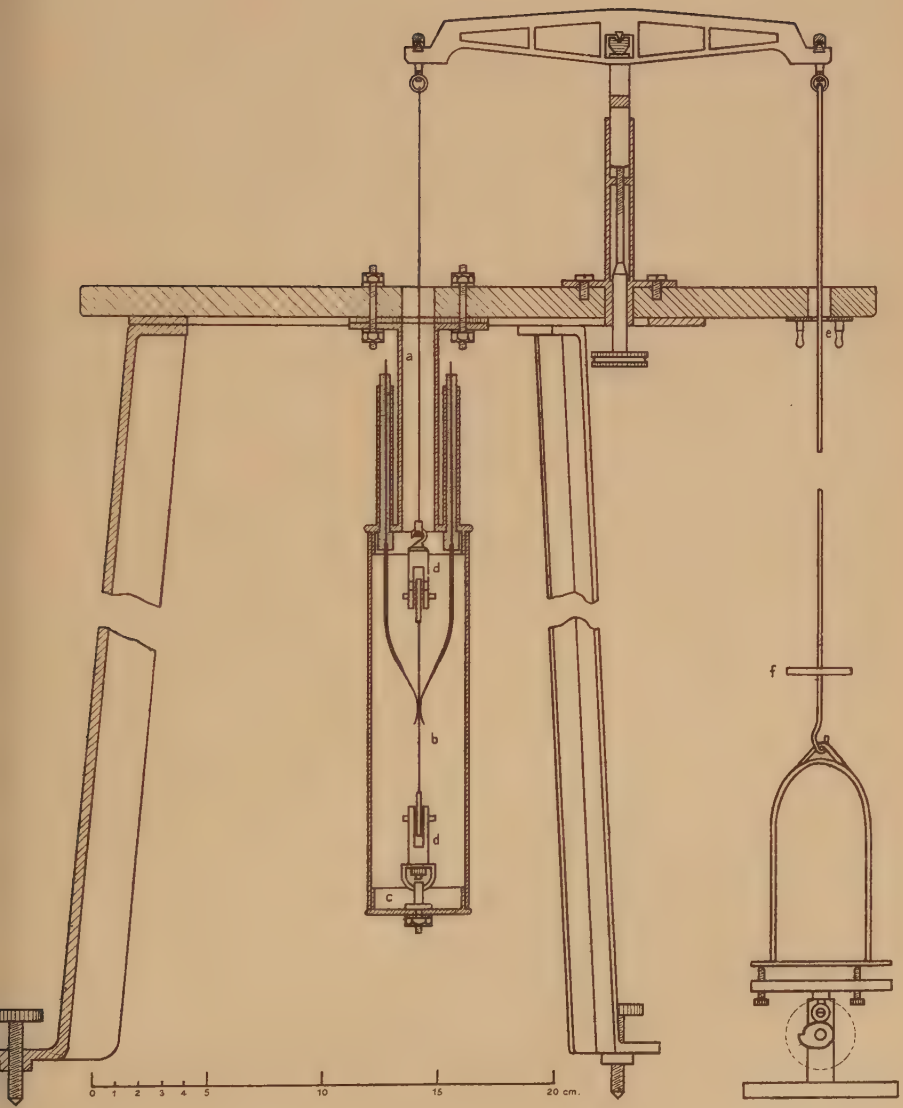

Fig. 1.

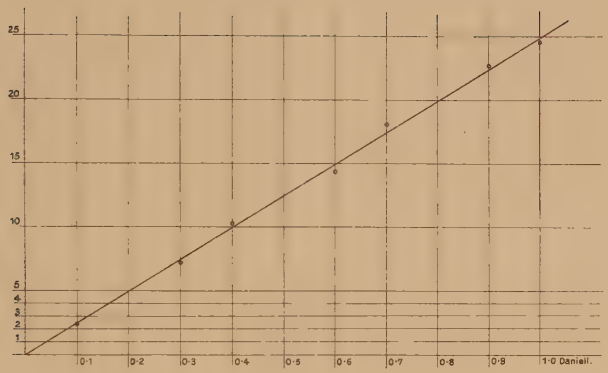
25
20
15
10
5
4
3
2
1
0·1
0·2
0·3
0·4
0·5
0·6
0·7
0·8
0·9
1·0 Daniell.

Fig. 2.

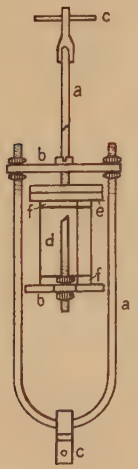
c
a
b
f
e
d
f
b
a
c

Fig. 3.

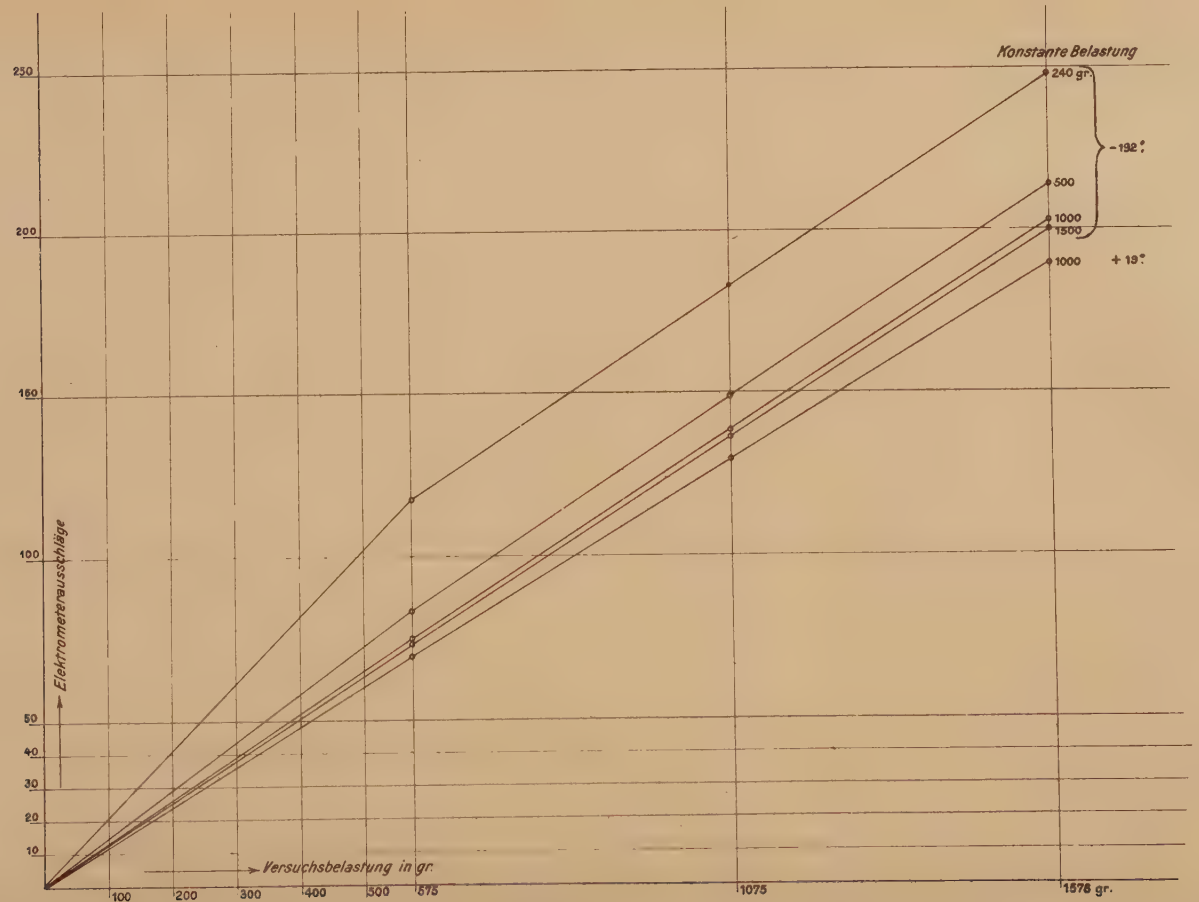
Konstante Belastung
240 gr.
500
1000
1500
1000
- 132°
+ 19°
Elektrometerausschläge
230
200
150
100
50
40
30
20
10
Versuchsbelastung in gr.
100
200
300
400
500
575
1075
1575 gr.

Fig. 4.

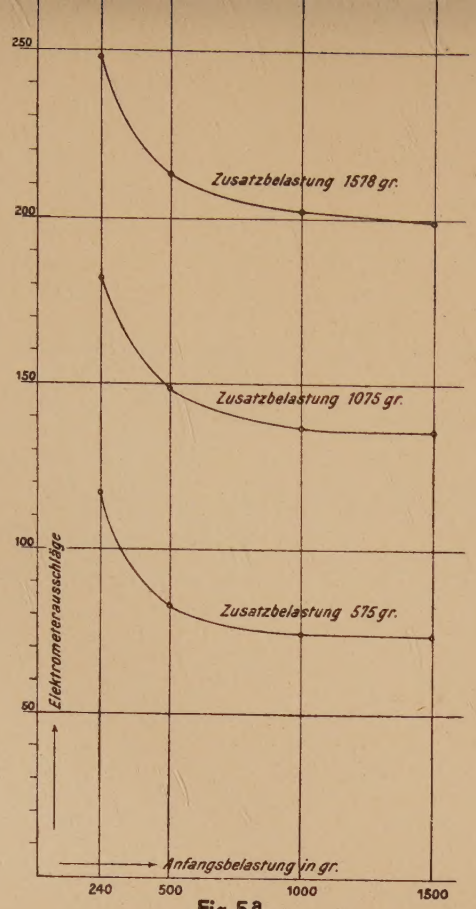

Fig. 5a

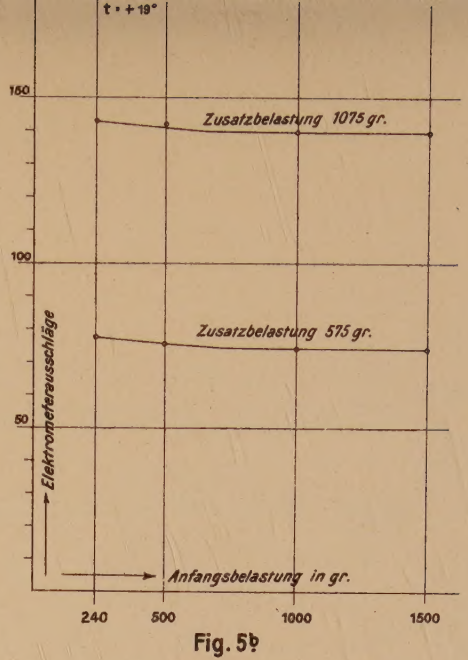

Fig. 5b

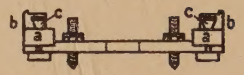

Fig. 7.